

# 全球重力ポテンシャルモデルによるジオイド高・重力異常値の算出

笹原 昇

## A Calculation of geoid height and gravity anomaly by using global gravity models

Noboru SASAHARA\*

### 1 はじめに

水路部においてGaneko (1980) によりジオイドが決定されたが、以後20年以上経過し海洋情報部と名称が変更されても久しくそのモデルは更新されなかった。しかし、平成15年度より開始された特定研究「人工衛星による海面変動・重力場の解析手法の研究」により、海域におけるジオイドモデルを構築することとなった。その構築には、全球重力ポテンシャルモデルの球面調和関数係数を用いたジオイド高・重力異常値が必要不可欠である。本稿ではその算出法を紹介したい。

### 2 正規重力モデル

ジオイド高の高さの基準となる正規重力モデルはGRS80とし、以下のパラメータを使用する。

(Moritz, 1992)

$$\begin{aligned} \text{地心引力定数 } GM_{\text{grs80}} &= 398600500.0 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}^2 \\ \text{楕円体長径 } a_{\text{grs80}} &= 6\,378\,137.0 \text{ m} \\ \text{地球自転角速度 } \omega &= 7292\,115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1} \\ \text{形状的力学要素 } J_2 &= 1.08\,263 \times 10^{-3} \\ \text{形状的力学要素 } J_4 &= -2.37091222 \times 10^{-6} \\ \text{形状的力学要素 } J_6 &= 6.08347 \times 10^{-9} \\ \text{形状的力学要素 } J_8 &= -1.426814 \times 10^{-11} \\ \text{形状的力学要素 } J_{10} &= 1.214411 \times 10^{-14} \\ \text{楕円体面上の平均半径 } R_{\text{grs80}} &= 6\,371\,007.1810 \text{ m} \\ \text{楕円体面上の平均重力 } \gamma_{\text{grs80}} &= 9.797\,644\,656 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

楕円体面上重力ポテンシャル  $U_0$

$$= 62636860.850 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

### 3 最適パラメータ

実際の地球の地心引力定数・重力ポテンシャルに最も近いと考えられる以下のパラメータを使用する。(Bursa, et al., 1999)

また、月や太陽の引力による地球への潮汐力の永年成分の扱いはその影響を一切除去したtide-freeシステムとする。

地心引力定数  $GM_{\text{best}}$

$$= (398600441.8 \pm 0.8) \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

重力ポテンシャル  $W_{\text{best}}$

$$= (62636855.69 \pm 0.5) \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

### 4 全球重力ポテンシャルモデル

計算に使用する地球重力モデルはEGM96, GGM02Cの2種類とし、永年成分はtide-freeシステムとする。

(1) EGM96 (Earth Gravity Model 1996)

EGM96は2000年前後に各国で計算されたジオイドモデルの計算に多用されたものであり、米国NASA (National Aeronautics and Space Administration), DMA (Defence Mapping Agency: 現NIMA) とOSU (Ohio State University) により開発された360次の球面調和関数係数モデルである。1996年に公開されたモデル係数ファイルをWebページよりダウンロードできる。

(<http://cddisa.gsfc.nasa.gov/926/egm96/getit.html>)

モデル作成にはデータを保有する国・機関の協力により提供された海上・陸上の重力データが用いられ、モデルの空間短波長成分をなしている。長波長成分である衛星海面高度計による重力データはGEOSATデータが主に用いられ、GEOSATがカバーしきれない海上領域についてはERS-1データを最小二乗コロケーション法(以後、LSC法とする)により内挿している。このLSC法による作業は、KMS (Kort-og Matrikstyrelsen, デンマーク国家測量, 地籍局) が協力している。また、モデルの精度を向上させるため、TOPEX/ POSEIDONなどの衛星追尾データをモデルに補足情報として与えている。(NASA, 1998)

使用されているパラメータは以下のとおり。(IUGG, 1999)

$$\begin{aligned} \text{地心引力定数 } GM_{\text{egm96}} &= 3986004.415 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \\ \text{長径 } a_{\text{egm96}} &= 6378136.3 \text{ m} \\ \text{地球自転角速度 } \omega &= 7292.115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

2005年を計算EPOCHとして、以下にあるモデルの球面調和関数係数の年変化率から係数を修正した。(Marchenko and Abrikosov, 2001)

$$\begin{aligned} \Delta C_{20} &= 1.16275534 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 1986}) \\ \Delta C_{21} &= -0.32 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 1986}) \\ \Delta S_{21} &= 1.62 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 1986}) \\ \Delta C_{22} &= -0.494731439 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 1986}) \\ \Delta S_{22} &= 0.203385232 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 1986}) \end{aligned}$$

(2) GGM02C (GRACE Gravity Model 2002 Combined)

GGM02はGRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) 重力観測衛星によってもたらされた球面調和関数係数モデルである。GRACEは

米国NASAと独国DLR(Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt: 航空宇宙研究所) によって、2002年3月に打ち上げられた高度500kmを周回する2個の衛星である。これらの衛星は同一軌道上を約220km離れて飛行し、重力ポテンシャルの違いによる衛星間の距離の時間変化をマイクロ波測距計で計測している。(日本測地学会, 2004.; 財団法人リモート・センシング技術センター, 2003.)

GGM02は160次のGGM02Sと200次のGGM02Cの2種類ある。GGM02SはGRACEにより363日間(2002年4月から2003年12月まで)観測された衛星データのみで作成されている。GGM02CはGGM02Sに海上・陸上重力データと平均水面高から得られた補正データを与えらるとともに、高次の係数についてはEMG96のものと整合するように作成されている。ジオイド高作成には空間波長における長波長成分だけではなく、より短波長な成分が必要とされるため、本稿の計算ではGGM02Cを使用する。(Center for Space Research, 2003)

また、GGM02は2004年10月29日から公開され、球面調和関数係数ファイルをサイトからダウンロードできる。

(<http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>)

使用されているパラメータは以下のとおり。(Bettadpur, 2003)

$$\begin{aligned} \text{地心引力定数 } GM_{\text{ggm02}} &= 3986004.415 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \\ \text{長径 } a_{\text{ggm02}} &= 6378136.3 \text{ m} \\ \text{地球自転角速度 } \omega &= 7292.115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

2005年を計算EPOCHとして、以下にあるモデルの球面調和関数係数の年変化率から係数を決定した。

$$\begin{aligned} \Delta C_{20} &= 1.16276 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 2000}) \\ \Delta C_{21} &= -0.33745 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 2000}) \\ \Delta S_{21} &= 1.6059 \times 10^{-11} \\ &\quad (\text{per year at epoch 1, Jan 2000}) \end{aligned}$$

また、GGM02はzero-frequency tide システムであ

り, tide-free システムとするため, さらにC20 に対して以下の値を加える.

$$C20_{zero-free} = 4.173 \times 10^{-9}$$

### 5 計算

#### (1) EGM96

GRS80楕円体, 最適パラメータ, GGM楕円体と各パラメータを考慮すると, 以下の計算式となる.

(Smith and Small, 1999)

$$\Delta g_{0.360}^{(r, \theta, \lambda)} = \frac{GM_{best}}{r^2} \sum_{n=2}^{360} (n-1) \left( \frac{a_{egm96}}{r} \right)^n$$

$$\sum_{n=0}^n \left[ \left( \frac{GM_{egm96}}{GM_{best}} \right) D_{nm} - \left( \frac{GM_{grs80}}{GM_{best}} \right) \left( \frac{a_{grs80}}{a_{egm96}} \right)^n E_{nm} \right] P_{nm}(\cos \theta)$$

$$- \frac{(GM_{best} - GM_{grs80})}{r^2} + \frac{2}{r} (W_{best} - U_0)$$

$$N_{0.360}^{(r, \theta, \lambda)} = \frac{GM_{best}}{r^2} \sum_{n=2}^{360} \left( \frac{a_{egm96}}{r} \right)^n$$

$$\sum_{n=0}^n \left[ \left( \frac{GM_{egm96}}{GM_{best}} \right) D_{nm} - \left( \frac{GM_{grs80}}{GM_{best}} \right) \left( \frac{a_{grs80}}{a_{egm96}} \right)^n E_{nm} \right] P_{nm}(\cos \theta)$$

$$+ \frac{(GM_{best} - GM_{grs80})}{r_Y} - \frac{1}{Y} (W_{best} - U_0)$$

- r : 地心から計算点までの距離,
- θ : 計算点の緯度, λ : 計算点の経度
- γ : 計算点の正規重力,
- Pnm : ルジャンドル陪関数

$$D_{nm} = C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda$$

$$E_{nm} = J_{2k} \quad n = 2k \text{ かつ } m = 0$$

$$E_{nm} = 0 \quad n \neq 2k \text{ または } m \neq 0$$

#### (2) GGM02C

GRS80楕円体, 最適パラメータ, GGM楕円体と各パラメータを考慮すると, 以下の計算式となる. 変数の説明は, (1) 項と同様である.

$$\Delta g_{0.360}^{(r, \theta, \lambda)} = \frac{GM_{best}}{r^2} \sum_{n=2}^{360} (n-1) \left( \frac{a_{ggm02}}{r} \right)^n$$

$$\sum_{n=0}^n \left[ \left( \frac{GM_{ggm02}}{GM_{best}} \right) D_{nm} - \left( \frac{GM_{grs80}}{GM_{best}} \right) \left( \frac{a_{grs80}}{a_{ggm02}} \right)^n E_{nm} \right] P_{nm}(\cos \theta)$$

$$- \frac{(GM_{best} - GM_{grs80})}{r^2} + \frac{2}{r} (W_{best} - U_0)$$

$$N_{0.360}^{(r, \theta, \lambda)} = \frac{GM_{best}}{r_Y} \sum_{n=2}^{360} \left( \frac{a_{ggm02}}{r} \right)^n$$

$$\sum_{n=0}^n \left[ \left( \frac{GM_{ggm02}}{GM_{best}} \right) D_{nm} - \left( \frac{GM_{grs80}}{GM_{best}} \right) \left( \frac{a_{grs80}}{a_{ggm02}} \right)^n E_{nm} \right] P_{nm}(\cos \theta)$$

$$+ \frac{(GM_{best} - GM_{grs80})}{r_Y} - \frac{1}{Y} (W_{best} - U_0)$$

### 6 結果

Fig. 1 にEGM96, Fig. 2 にGGM02Cによるジオイド高・重力異常値を示す. 作図にはGMT (Wessel and Smith, 1998) を使用した.

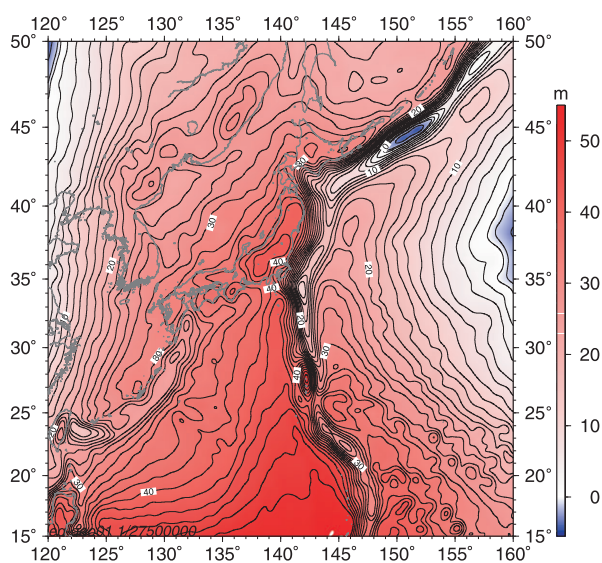
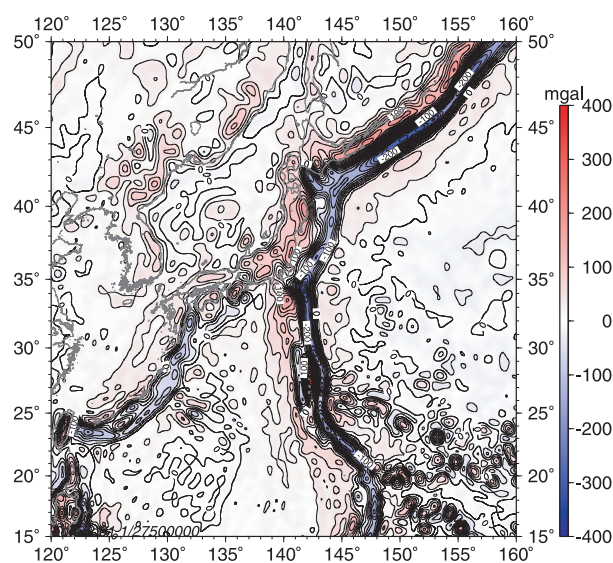


Fig.1 (a) Geoid of EGM96.



(b) Gravity anomaly of EGM96.



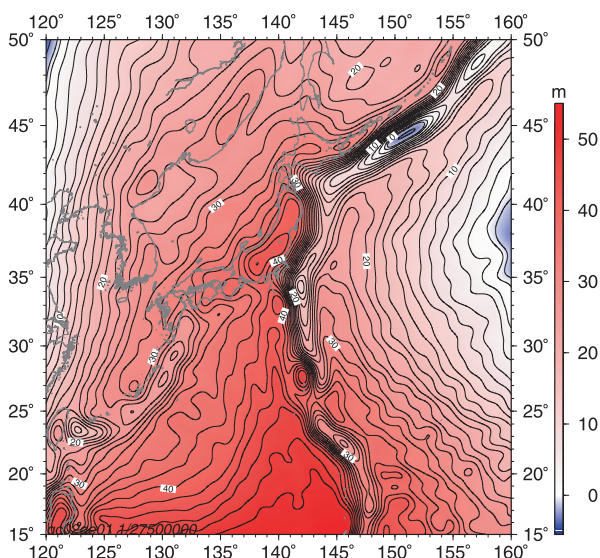
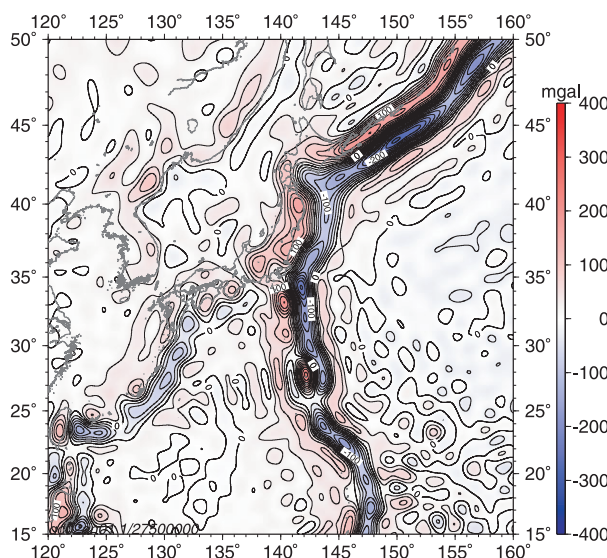


Fig.2 (a) Geoid of GGM02C.



(b) Gravity anomaly of GGM02C.

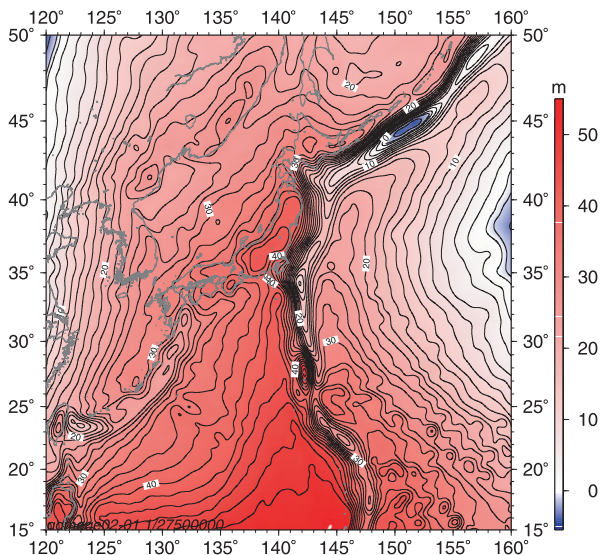
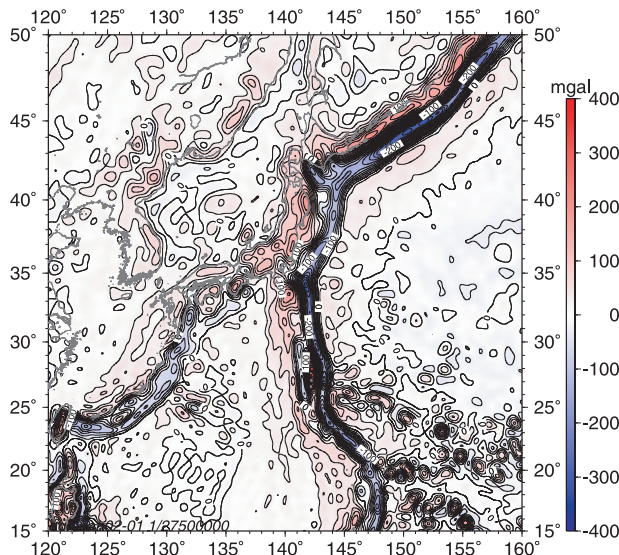


Fig.3 (a) Geoid



(b) Gravity anomaly

computed to degree/order 360 using GGM02C extend to 360x360  
by appending the EGM96 coefficients above 200x200.

また、GGM02Cの高次の係数はEGM96のものと整合するので、GGM02Cの200次までの係数とEGM96の200次を越える係数とを組み合わせました。その結果もFig. 3に示す。

参考文献

Bettadpur, S. (2003), *UTCSR Level-2 Processing Standards Document*, Center for Space

Research The University of Texas at Austin. Bursa, M., Kouba, J., Kumar, M., Muller, A., Radej, K., Ture, S. A. (1999), *GEOIDAL GEOPOTENTIAL AND WORLD HEIGHT SYSTEM*, *Studia geophysica et Geodaetica*, 43 (4), 327-337.

Center for Space Research, The University of Texas at Austin (2003), *GGM02 Notes*,

- Retrieved November, 2004, from  
<http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>
- Ganeko, Y. (1980), New Determination of a Marine Geoid Around Japan, *Report of Hydrographic Researches*, **15**, 71-170.
- IUGG (1999), Report of Special Commission 3 on "Fundamental Constants" (SCFC) at the General Assembly of IUGG at Birmingham.
- Marchenko, A.N., and Abrikosov, O.A. (2001), Evolution of the Earth's principal axes and moments of inertia: the canonical form of solution, *Journal of Geodesy*, **74**, 655-669.
- Moritz, H. (1992), Geodetic Reference System 1980, *Bulletin Geodesique*, **66** (2), 187-192.
- NASA (1998), EGM96 The NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model, NASA Technical paper, TP-1998-206861, Retrieved May, 2004, from  
<http://cddis.gsfc.nasa.gov/926/egm96/nasa-tm.html>
- 日本測地学会 (2004), 第3部応用編 衛星重力ミッション, 測地学WEB版. Retrieved from Nov, 2004, from  
<http://www.soc.nii.ac.jp/geoid-soc/web-text/>
- Smith, Dru A., and Small, Howard J. (1999), The CARIB97 high resolution geoid height model for the Caribbean Sea, *Journal of Geodesy*, **73** (1), 1-9.
- Wessel, P. and Smith, W.H.F. (1998), New, improved version of the Generic Mapping Tools released, *EOS Trans. AGU*, **79**, 579.
- 財団法人リモート・センシング技術センター (2003), 総覧 世界の地球観測衛星-2003年版-.