

解説
(研究ノート)

船舶搭載型 3 ビーム式 ADCP の測定流速誤差と補正

石井春雄*

Systematic Errors and Corrections of Current Velocity
Measured by Shipmounted Three-Beam Type ADCP

Haruo ISHII*

At present, one of the most widely used instruments to measure current velocity in the ocean is shipmounted ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler). The ADCP measures current speed by sending out acoustic pulses downward from transmitters mounted on the ship bottom, and then by processing the Doppler shift of the acoustic signals scattered by particles in the water. Three-beam type ADCP using 3-element transducers has been widely used in Japan including the vessels of Japan Coast Guard, as well as four-beam type. Although shipmounted ADCPs are very useful for current measurement, non-realistic current data are sometimes obtained mainly due to errors of ship velocity relative to sea water. In this technical article, systematic errors in current measurement by shipmounted three-beam type ADCP and error correction are described in detail.

1 はじめに

近年、航走する船舶での流速測定は、ドップラーログ（音響式ログ）を利用するのが一般的である。海上保安庁の巡視船と、『明洋』を除く測量船には 3 ビーム式のドップラーログである『音波ログ』（古野電気製）が搭載され、『海流演算補助装置』の附加により船用流速計として活用している。このようなドップラーログを利用した流速計は、船舶搭載型 ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler) とよばれる。ADCP は、その出現以前の主要かつ唯一の船用流速計であった GEK (電磁海流計; Geo-magnetic Electro Kinetograph) に比べて、

① 数百メートルの曳航ケーブル（電纜）が不要。

- ② 船の針路を再三変更せずに、航走したまま連続測定が可能。
- ③ 海中の複数層で測定可能。
- ④ 地球磁場の鉛直成分の小さな低緯度海域（磁気赤道付近）でも測定可能。

という長所を有する [附録 1]。このため、時間的・空間的に詳細な流速場の把握が可能となり、流速データ量も飛躍的に増加した (道田, 1995; Michida, 1999)。

ドップラーログが一般化するまでは、「対水船速」(海水に対する船の速度) を測定する船速計は電磁 (式) ログが使用されていた [附録 1]。通常、電磁ログは 1 軸 (2 極) だけ設置するため、船首-船尾方向の対水船速のみ測定する。電磁ログをもうひとつ設置して、船首方向に直角な

†Received January 17, 2006; Accepted March 3, 2006

* 航法側地室 Geodesy and Geophysics Office

対水船速を求めて合成すれば対水船速ベクトルが得られる。ADCPが船底付近に発生する泡の影響を受けやすく、水深が15 m程度と浅い場合は測定できないのとは比べて、「2軸式」電磁ログは有効な面があろう。ただ、ドップラーログが普及した現在では実現しないと筆者は思っていたが、船舶の高速化への対応策として、最近になって2軸式電磁ログの実用化が検討され、ADCPとの比較観測も実施された。

GEK以外に船舶で流速を求める方法に「偏流」がある。これは、ある始点位置から一定の針路で一定時間に航行した際の累積距離から推定した終点位置と、実際に測定した終点位置との差(偏位)が海流によって船が流された効果として、流速を見積る方法である。海上風がある場合は、風圧で押し流される分を推定して、偏位量から風の寄与分を差し引かねばならない。西田・菱田(1981)は、測量船『昭洋』(初代)の電磁ログで得た船の進行方向の対水船速と、進行方向と直角な横方向から働く風圧値を用いて、「偏流」法を黒潮域で試みた[附録2]。彼らの目的はGEKよりも多数の流速データを得ることだった。しかし、GEK測定値との比較から、偏流による流速値はかなりの誤差を含むことが示唆された。電磁ログでは船首-船尾方向の船速しか測定できず、左舷-右舷方向の船速を別途に見積る必要がある。この見積りが不正確なほど、流速値に含まれる誤差も大きくなり、GEK流速との不一致の理由のひとつとなる。また、当時の測位装置(ロランC)の測位精度の低さに因る誤差の可能性もある。

海上保安庁水路部がドップラーログを利用した測流を試みたのは、測量船『拓洋』による昭和59年(1984)2~3月の第1回西太平洋海域共同調査(WESTPAC)であった(石井・他, 1986)。前年10月に就役した第2代『拓洋』には電磁ログに替わり、船首-船尾方向とともに横方向の対水船速も測定できる『音波ログ』が搭載された。就役当時は、流速計算に必要なデータを各々の表示装置から読取った後、手計算で流速を得た。離

散的なデータだったが、流速測定が充分可能と認識された。自動的に流速計算ができるように改良されてゆき、後の『海流演算補助装置』の役割を持つ『偏位流速自動測定装置』(名称のみ"偏位流速"が附く)が『拓洋』に搭載され、翌年(1985)のWESTPAC行動時の成果(石井・他, 1986)をもたらす。

現在、一般的に使用されているようにADCPは非常に便利な測流手段である。しかし、ときに不自然な流速値が得られる。例えば、船の進行方向に対して右側あるいは左側に流向が揃うのがしばしば経験される。また、荒天時に進行方向から大きな波浪を受けるときに、流向が進行方向に揃う現象が見られる。こうしたとき、測定値をそのまま採用するわけにはいかず、補正が必要となる。

ADCPの測定原理や誤差については、ハード面を含めて金子・伊藤(1994)の良い解説があり、観測データの誤差の較正については『海洋観測指針』(気象庁, 1999)に詳しいが、いずれも4ビーム式ADCPを対象としている。船舶搭載型の3ビーム式ADCPについては、Michida and Ishii(2000)が述べ、その内容を道田(2004)が解説しているが、これらは要点を簡潔に記述しているため、より詳しい説明が望まれる部分もある。本稿は、『音波ログ』に代表される3ビーム式ADCPに特有な対水船速の求め方を含め、ADCPで測定した流速の系統的誤差の原因について解説するとともに、筆者が取り扱った事例を基に、観測データを用いた流速補正方法について解説する。次の第2節では流速測定の原理を、第3・4節では対水船速・測定流速の誤差を、第5節では流速の補正方法について、それぞれ記述する。

2 流速測定の原理

2.1 対水船速と対地船速

ドップラーログは音波を利用して、海水に対する船の速度(以下「対水船速」とよび、ベクトル \mathbf{V}_w と表す)を測る機器である。Fig.1(石井・

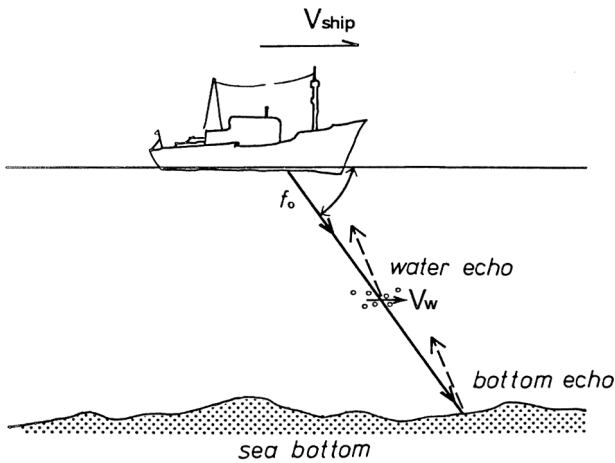


Fig.1 Scattering of acoustic beam transmitted from ship with the frequency f_0 .

他, 1986) に示すように, 船底の送波器から一定周波数 f_0 の音波ビームを海中に向けて発信すると, 海中の浮游物や海底で反射される. この反射波を船底の受波器で受信したとき, 発信体 (船) と反射体との間の相対速度に比例した周波数偏移 (ドップラーシフト) が生じる. 浮游物等の海中反射体が海水と同じ速度で動くとするれば, シフト量から音波発射方向の対水船速成分を得る. 音波を複数方向に発射して, これらの速さ成分を合成すれば対水船速ベクトル V_w を得る.

『音波ログ』は3方向に音波を発射する「3ビーム式」である. ただし, ドップラーシフト量の測定から得られるのは対水船速ベクトルの「大きさ」(速さ)であり, その「方向」はジャイロコンパスの指示する船首方位から求める. 送受波器自体は音波ビームの絶対方向を知らず, 船に対する方向しか知らない.

船の地球 (海底) に対する速度を「対地船速」とよび, ベクトル V_G と表す. V_G の求め方は2通りある. ひとつは, 測位装置で得られる緯度・経度と時刻から計算する (「対水モード」). もうひとつは, 不動の海底 (地球) からの反射波のドップラーシフト量から求める (「対地モード」). 海底に対する船速は対地船速 V_G にほかならない. 対地船速の測定可能範囲は船底下 3~550 m であるが (音波ログの解説書), 通常, 水深が 200 m 程度以浅の場合に対地モードで測定する. これ

は, 一方の対水船速の測定可能範囲が, 水深の 70% の深さ迄で最大が 190 m のためである. これよりも深い外洋では対水モードで測定し, 『海流演算補助装置』を附加することで ADCP として機能する. 対水モードにおける基本的な構成機器は, ドップラーログ・ジャイロコンパス・測位装置の 3 つである. 対地モードでは, ジャイロコンパスは対水船速の方向を真方位で表すために, 測位装置は測定点の緯度・経度を知るために, それぞれ必要である.

2.2 流速の計算

同一時刻における対水船速 V_w と対地船速 V_G の両ベクトルを得れば, V_G から V_w を引き算して, 海水の地球に対する速度, すなわち流速ベクトル U を得る (Fig. 2).

$$U = V_G - V_w \quad \dots\dots (1)$$

ここで, 船体を押し流す風の寄与は, 式 (1) の V_G と V_w に共通に含まれるため考慮する必要は無い. 例えば流れの無い海上で, 船が機関停止している状態を考える. 船が風で押し流される場合, V_G は風下側にある大きさを持つ. 一方, 無流速の海上を船が動くのだから当然 V_w も零ではなく, V_G と同じ方向・大きさを持つ. 結局, 式 (1) の右辺は零となり, 流速 U も零となる.

また, 風が吹送流 U_w を引き起したときは, V_G は風と吹送流とで船が流される速度であり, 対水

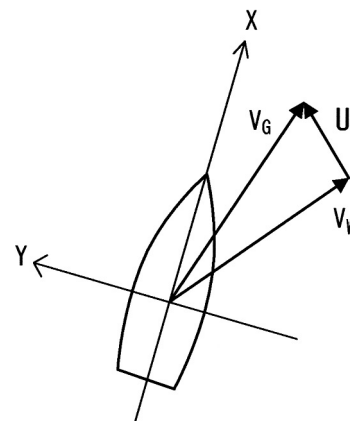


Fig.2 Coordinate system (X,Y) for equations in the text, and relations between ship's velocities (V_G , V_w) and current velocity (U).

船速 \mathbf{V}_w には \mathbf{V}_G の他に吹送流と逆方向の成分 ($-\mathbf{U}_w$) が加わる. 式 (1) の右辺は

$$\mathbf{V}_G - (\mathbf{V}_G - \mathbf{U}_w) = \mathbf{U}_w$$

となり, 流速 \mathbf{U}_w が “測定” される. 以上のことは海流が存在する場合も同様で, 結局, 船体を押し流す風の寄与は式 (1) の右辺でキャンセルされる.

対地船速 \mathbf{V}_G は, 海底反射波のドップラーシフト量から求めるか (対地モード), 測位装置で得られる緯度・経度から求める (対水モード). 一方の対水船速 \mathbf{V}_w は海中からの反射波のドップラーシフト量から計算される. その計算式を以下に示すが, 先ず適当な座標系をとる必要がある. Fig. 2 のように船首方向に X 軸, 左舷 90 度方向に Y 軸, 鉛直上向きに Z 軸と, 右手系直交座標をとる. ビームの水平方位角を, 船首から反時計廻りに測って ϕ で表し (Fig. 3), 鉛直方位角を海面からの俯角 θ で表す. なお, 座標系のとり方は任意である. 例えば, Michida (1999) は X 軸を右舷方向, Y 軸を船首方向にとり, 『海洋観測指針』では X 軸を東, Y 軸を北にとる. もちろん, 導出される結果は座標系にかかわらず同じである.

『音波ログ』の送受波器は Fig. 4 (石井・他, 1986) のように船底に取付られる. 3 本の音波ビームの方向は, 水平には船首方向, 左舷 120 度, 右舷 120 度であり, 鉛直方向には海面から 60 度下向きだから

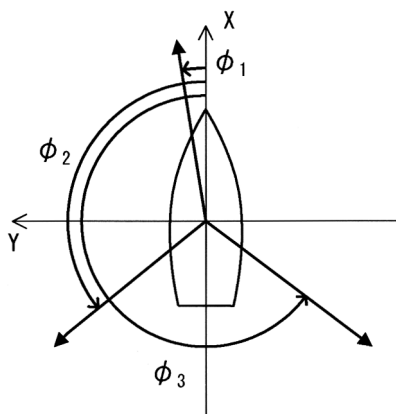


Fig. 3 Horizontal directions of three acoustic beams.

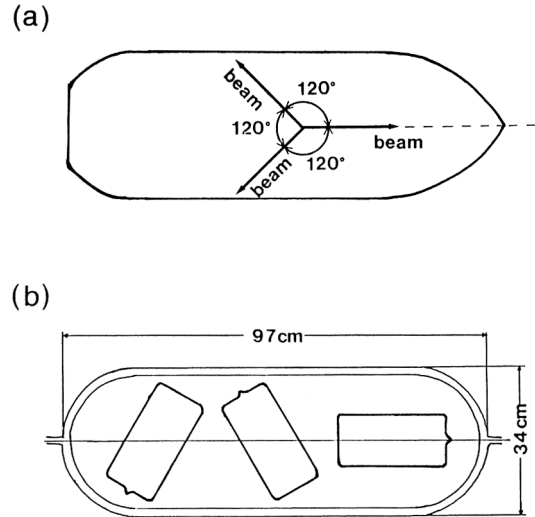


Fig. 4 (a) Plane view of three acoustic beams transmitted from ship. (b) Alignment of three transmitters mounted on ship bottom.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 60^\circ,$$

$$\phi_1 = 0^\circ, \phi_2 = 120^\circ, \phi_3 = 240^\circ$$

次に, 対水船速とドップラーシフト量の関係を見る. 簡単な例として, 音速 c で周波数 f_0 の音波を発信する物体が速度 v で移動し, 静止した反射物体に近づく場合を考える. 反射波の測定周波数 f は,

$$f = f_0 (c+v)/(c-v)$$

シフト量は f_0 と f の差だから, $k = v/c$ として

$$f - f_0 = 2 f_0 k / (1 - k) \quad \dots\dots (2)$$

近づくので, 右辺は正 ($f > f_0$) となる. 海中での音速 c は 1500 m/s 程度だから, 船の速力が 20 ノット (約 10 m/s) であっても, $k \sim 1/150$ と 1 に比べて充分小さい. $k \ll 1$ の場合, 式 (2) の右辺は

$$2 f_0 k / (1 - k) \approx 2 f_0 k (1 + k) \approx 2 f_0 k = 2 f_0 v / c$$

と近似でき, v とシフト量 $s (= f - f_0)$ の関係は

$$v = sc / 2 f_0 \quad \dots\dots (2')$$

ドップラーログの場合は, 式 (2') の v を船 (送波器) と反射物体を結ぶ方向の相対的な速さに置き換えればよい. 以下, 対水船速ベクトル (船と反射体との相対速度ベクトル) を \mathbf{V} と表わす. このとき, ある一本の音波ビームについてのシフト量 S は, \mathbf{V} とビーム方向の単位ベクトル \mathbf{d} との内積 (スカラー積) で表される. 発信音波

の周波数を f_0 、音速を C とすると

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{V} = aS \quad (a = C/2f_0) \quad \dots\dots (3)$$

船首、左舷、右舷の各方向の3本の音波ビームで測定されたシフト量を、それぞれ S_1, S_2, S_3 とし、ベクトル \mathbf{S} (S_1, S_2, S_3) と表す。また、ビームの単位ベクトルを $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ とおく。各 \mathbf{d}_i ($i=1\sim 3$) を、 θ と ϕ を用いて X, Y, Z 成分 (d_x, d_y, d_z) に分けると

$$\mathbf{d}_1 = (\cos\theta_1 \cdot \cos\phi_1, \cos\theta_1 \cdot \sin\phi_1, -\sin\theta_1)$$

$$\mathbf{d}_2 = (\cos\theta_2 \cdot \cos\phi_2, \cos\theta_2 \cdot \sin\phi_2, -\sin\theta_2)$$

$$\mathbf{d}_3 = (\cos\theta_3 \cdot \cos\phi_3, \cos\theta_3 \cdot \sin\phi_3, -\sin\theta_3)$$

このとき式 (3) は

$$\mathbf{d}_i \cdot \mathbf{V} = aS_i \quad (i = 1 \sim 3) \quad \dots\dots (3')$$

対水船速とドップラーシフト量の関係は行列を使うとわかり易いため、 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ を行ベクトルとする行列 D で表す。

$$D = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{d}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 \cdot \cos\phi_1 & \cos\theta_1 \cdot \sin\phi_1 & -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_2 \cdot \cos\phi_2 & \cos\theta_2 \cdot \sin\phi_2 & -\sin\theta_2 \\ \cos\theta_3 \cdot \cos\phi_3 & \cos\theta_3 \cdot \sin\phi_3 & -\sin\theta_3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (4)$$

音波ビームの方向が規準どおりのときの行列 D_0 は

$$D_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{d}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ -1/4 & \sqrt{3}/4 & -\sqrt{3}/2 \\ -1/4 & -\sqrt{3}/4 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (5)$$

D_0 の逆行列を D_0^{-1} とすると、式 (3), (3') は

$$D_0 \mathbf{V} = a\mathbf{S} \quad \dots\dots (6)$$

$$\mathbf{V} = aD_0^{-1}\mathbf{S} \quad \dots\dots (6')$$

ここで

$$D_0^{-1} = -2\sqrt{3}/9 \begin{pmatrix} -2\sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (7)$$

対水船速 \mathbf{V} の各成分を (V_x, V_y, V_z) とおくと、式 (6') と (7) から

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -2\sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 $b = -2\sqrt{3}a/9 = -\sqrt{3} \cdot C/9f_0$

式 (8) から対水船速を成分ごとに表すと

$$\left. \begin{aligned} V_x &= b (-2\sqrt{3}S_1 + \sqrt{3}S_2 + \sqrt{3}S_3) \\ V_y &= b (-3S_2 + 3S_3) \\ V_z &= b (S_1 + S_2 + S_3) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (9)$$

式 (9) により、3本のビームで測定されたドップラーシフト量 S_1, S_2, S_3 から対水船速 \mathbf{V} が得られる。ただし \mathbf{V} の方向は、ジャイロコンパスの指示する船首方位から真方位に換算される。また、前提として、“同じ深さの層で音波ビーム群の水平的な広がり範囲で \mathbf{V} が一様である” (道田, 2004)。原理的には対水船速の鉛直成分 V_z も得られるが、水平成分 (V_x, V_y) だけが表示・記録される。

式 (9) は、3ビーム式に特有な関係式である。鉛直成分 V_z はさておき、3本のビームのうち一つでも正常に作動しないと、対水船速の水平成分が正しく測定できない。 V_y は S_1 が無くても得られるが、 V_x が得られなければ無意味である。4ビーム式では、ひとつのビームが欠けても、他の3本で測定可能だが、3ビーム式では代替は効かない。

3 対水船速の誤差

流速ベクトル \mathbf{U} は、対地船速 \mathbf{V}_G と対水船速 \mathbf{V}_w の差から得られるので、 \mathbf{V}_G と \mathbf{V}_w に誤差があれば \mathbf{U} に誤差を生じる。外洋で \mathbf{V}_G を求めるために不可欠な測位装置は、現在 GPS が使用され精度も高い。対水モードにおいて流速誤差を生むのは、対水船速の測定誤差が主と考えてよい。GPS の普及以前の測位装置は専らロラン C であったが、電波の受信状況が悪い海域では \mathbf{V}_G の精度も悪く、結局、 \mathbf{U} の精度も悪かったと推測される。GPS で得られた \mathbf{V}_G の誤差は GPS 自体の測位誤差に因るが、船速や2つの GPS 測位点の間の距離や測定時間の差にも依存する (石井・道田, 2006)。GPS 船速にも誤差が含まれ得るが、対水船速の誤差に比べて小さいと考えられる。以後、本稿では対水船速 \mathbf{V}_w の添字 w を略し、真の対水船速を \mathbf{V} 、測定された対水船速を \mathbf{V}^* と表すが、一方の対地船速の誤差は考慮せず、 \mathbf{V}_G に *印を附けない。

『海洋観測指針』の第7章「海潮流観測」の「付録C 表層海流計観測データの較正」では、表層海流計（4ビーム式 ADCP）の測定誤差とデータの較正について詳しく解説され、流速の水平成分の測定誤差として「アライメント誤差」（misalignment）と「スケール誤差」を挙げる。これらの定式化は、Joyce (1989), Pollard and Read (1989) の論文を基にしているが、本稿で引用するときは「観測指針」と記す。これら2種の誤差は流速誤差とされるが、本来は対水船速 V の測定誤差であり、結果的に流速誤差となって現れる。

アライメント誤差は測定される対水船速 V^* の「方向」が真値 V のそれと異なる場合である。この誤差のために、実際の流れがほとんど無い海域では、測定流向が船の進行方向に対して右側あるいは左側に揃う。

スケール誤差は対水船速の「大きさ」を過大または過小に測定する場合の誤差である。スケール係数（scale factor）を F とおくと

$$V = FV^* \quad \dots\dots (10)$$

スケール誤差の原因のひとつとして、「観測指針」で挙げる設定音速値がある。ドップラーシフト量は海中の音速によっても変わり（式2'）、測定される対水船速の大きさは音速に比例する（式8）。また、音速値が正しくても、式（9）のシフト量 S_i が何らかの原因で過大または過小に測定された場合も同様の結果をもたらす。「観測指針」では、音波ビームの鉛直角（本稿では俯角 θ ）が規準と変わった場合にもスケール誤差が生じるとしている。このことは本稿の3.1.2で後述する。スケール誤差の存在によって「流向」が船の進行方向に揃う傾向があり、観測でも経験される。対水船速の大きさの見積り誤差が測定流向に影響するのは不思議だが、このことは4.1で説明する。

3.1 ログ座標系回転に伴う対水船速の誤差

不自然な流向が測定される主な原因は、対水船速の「方向」の測定誤差と考えてよい。ドップ

ラーログが正常に作動すれば、対水船速の「速さ」の誤差は生じない。それでは何故、対水船速の方向の誤差が生ずるのか。結論を言えば、測定された対水船速 V^* を記述する座標系が、正しい座標系（基準座標系；例えばX軸を東、Y軸を北にとった座標系）に対して、ある角度だけ回転した場合に誤差が生ずる。 V^* を記述する座標系は、ドップラーログとジャイロコンパス（の情報）から構成される「ログシステム」の座標系という意味で、「ログ座標系」とよぶ。例えばアライメント誤差は、ログ座標系が基準座標系のZ軸の廻りに回転している場合に起きる。ログ座標系の回転は、船底の送受波器の取付が正しくない場合やジャイロコンパスの指示方位が真の方位と異なる場合に起る。

ここでは、ログ座標系の回転が、測定される対水船速 V^* にどのような影響を与えるかを、数式で表してみる。最もわかり易いのは音波ビームの方向が規準どおりでなく、ズレ（不整合）が存在する場合である。このときの式（4）の行列を D^* と表す。ビーム方向の変化に伴ってドップラーシフト量も変化し、これをベクトル S^* (S_1^* , S_2^* , S_3^*) とする。しかし、ビームがどちらを向こうが、船（送受波器）と海水（反射体）との間の相対速度 V 自体は同じだから、式（6）、（6'）は

$$D^*V = aS^* \quad \dots\dots (11)$$

$$V = aD^{*-1}S^* \quad \dots\dots (11')$$

行列 D^* 、あるいは、規準からズレたビームの単位ベクトル d^* がわかれば良いが、元々ビーム方向の変化は想定していない。『海流演算補助装置』は式（9）の S の代わりに S^* を用いて、真値 V とは異なる V^* (V_x^* , V_y^* , V_z^*) を算出してしまふ。

$$\left. \begin{aligned} V_x^* &= b(-2\sqrt{3}S_1^* + \sqrt{3}S_2^* + \sqrt{3}S_3^*) \\ V_y^* &= b(-3S_2^* + 3S_3^*) \\ V_z^* &= b(S_1^* + S_2^* + S_3^*) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (12)$$

式（12）を行列を使って表せば、式（6）、（6'）は

$$D_0V^* = aS^* \quad \dots\dots (13)$$

$$V^* = aD_0^{-1}S^* \quad \dots\dots (13')$$

この \mathbf{V}^* が、“測定”される対水船速であり、式 (1) の \mathbf{V}_w に \mathbf{V}^* が代入されて流速が計算される。

\mathbf{V}^* と \mathbf{V} の関係は、式 (11) と (13) から

$$D^* \mathbf{V} = a \mathbf{S}^* = D_0 \mathbf{V}^*$$

結局、

$$\mathbf{V}^* = D_0^{-1} D^* \mathbf{V} \quad \dots\dots (14)$$

$$\mathbf{V} = D^{*-1} D_0 \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (14')$$

式 (14), (14') は、ビーム方向が規準どおりでないときの \mathbf{V} と \mathbf{V}^* との関係を示す。また、ジャイロが船首方位を正しく指示しない場合も、誤差を含む \mathbf{V}^* が同様に測定される。一般に $\mathbf{V} \neq \mathbf{V}^*$ で、 \mathbf{V}^* を用いたときの測定流速に誤差が含まれる。

3.1.1 Z 軸の廻りの回転

ここでは先ず、3本のビームの水平方向がZ軸の廻りに一律に δ 度 (反時計廻りに正) 変化した場合を考える。「観測指針」では、この角度 ϕ を時計廻りに測っているため、混同を避けるため δ と表す。各ビームの俯角 θ は60度のままとする。ビーム方向が δ 度変化すればビーム方向の単位ベクトルも当然変化する。式 (4) に

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 60^\circ$$

$$\phi_1 = \delta^\circ, \quad \phi_2 = 120^\circ + \delta^\circ, \quad \phi_3 = 240^\circ + \delta^\circ$$

を代入すれば、変化後の単位ベクトル \mathbf{d}^* 及び行列 D^* 、 D^{*-1} が得られる。

$$D^* = \begin{pmatrix} \cos \delta/2 & \sin \delta/2 & -\sqrt{3}/2 \\ (-\cos \delta - \sqrt{3} \sin \delta)/4 & (\sqrt{3} \cos \delta - \sin \delta)/4 & -\sqrt{3}/2 \\ (-\cos \delta + \sqrt{3} \sin \delta)/4 & (-\sqrt{3} \cos \delta - \sin \delta)/4 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (15)$$

$$D^{*-1} = \begin{pmatrix} -2\sqrt{3} \cos \delta & 3 \sin \delta + \sqrt{3} \cos \delta & -3 \sin \delta + \sqrt{3} \cos \delta \\ -2\sqrt{3} \sin \delta & \sqrt{3} \sin \delta - 3 \cos \delta & \sqrt{3} \sin \delta + 3 \cos \delta \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (15')$$

ここまでは3ビーム式 ADCP に特有な関係式を含めた説明だったが、これ以降は4ビーム式 ADCP にも共通したものである。また「2軸式」電磁ログが、船底に機器を取付け、ジャイロコンパスの情報から対水船速を測るのは『音波ログ』

と同じだから、この場合にも応用できる。

式 (15), (15') を、式 (14), (14') に代入すれば

$$\mathbf{V}^* = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V} \quad \dots\dots (16)$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (16')$$

式 (16) 右辺の行列を A_z とおき、その逆行列を $A_z^{-1} = B_z$ とすると

$$A_z = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (17)$$

$$B_z = A_z^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (17')$$

A_z は、ログ座標系の X-Y 軸が Z 軸廻りに δ 度 (反時計廻り) 回転したことを表す行列である。 A_z と B_z を用いると式 (16), (16') は

$$\mathbf{V}^* = A_z \mathbf{V} \quad \dots\dots (18)$$

$$\mathbf{V} = B_z \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (18')$$

測定された対水船速 \mathbf{V}^* の3成分は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} V_x^* &= V_x \cdot \cos \delta + V_y \cdot \sin \delta \\ V_y^* &= -V_x \cdot \sin \delta + V_y \cdot \cos \delta \\ V_z^* &= V_z \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (19)$$

真の対水船速 \mathbf{V} が Z 軸の廻りに回転しているので Z 成分は変化しない。また、 \mathbf{V} と \mathbf{V}^* の大きさが等しい ($|\mathbf{V}^*| = |\mathbf{V}|$) ことは、式 (19) の両辺の二乗和から容易に確かめられる。3本のビーム方向が一律に Z 軸の廻りに回転した場合は、対水船速 \mathbf{V} の「速さ」の誤差は生じず、「方向」が δ 度変わる。

対水船速のアライメント誤差は、ログ座標系 (あるいは測定した対水船速 \mathbf{V}^*) が Z 軸の廻りに回転している場合に生ずる。「観測指針」は速度の水平成分のみに着目するため、式 (17') や (19) の鉛直成分にかかる部分は除かれる。本稿の δ は「観測指針」では $-\phi$ であるから、式

(17') の B_z の 2×2 行列に対応する行列 A_ϕ は

$$A_\phi = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \dots\dots (20)$$

ログ座標系が基準座標系の Z 軸廻りに回転する場合の主な原因として

- ① 船底の送受波器の取付が規準どおりでなく、3本の音波ビームの水平方位角が、 $\phi_1 = \delta$, $\phi_2 = 120 + \delta$, $\phi_3 = 240 + \delta$ となっている。
- ② ジャイロコンパスの指示方位が真方位と異なるか、指示方位が正しくてもログシステムに正しく入力されない。
- ③ ジャイロコンパスの「速度誤差」。

が挙げられる。③は、②のジャイロコンパスの指示方位が真方位と異なる場合の一例にあたる。

①と、③を含めた②は独立のため、同時に起り得る。本稿では3本のビームが Z 軸廻りに一律に回転した場合を考える。一律でない場合は式(4)に戻って計算する。1本のビームだけが規準外ならば、第5節で述べるように往復観測データに基づく δ の見積りも可能であろう。3本がバラバラに規準外の場合も、現実には有り得るだろうが、3個の δ 値の見積りは難しい。

第5節でもふれるが、ジャイロの指示方位をログシステムに正しく入力することは、流速を測定するうえで極めて重要である。“2、3度違って構わないだろう”と安易に考えると、0.5ノット程度の誤差を含む流速が容易に測定できる。ジャイロの指示方位の入力は、船が岸壁等に停泊している時が良く、安定した正確な値が入力できる。また、出港のたびに正確な入力が必要である。

③の場合も①と同様に対水船速のアライメント誤差を生ずる。ジャイロの速度誤差は船が南(北)に向かって航走するとき、ジャイロの指示方向が東(西)に偏位する現象である。その偏位角 ζ は、船速を V ノット、針路を Θ 度、緯度を ψ として

$$\zeta = V \cos \Theta / 900 \cdot \cos \psi \text{ (ラジアン)}$$

船速 12 ノットで、南向 ($\Theta = 180$) または北向 ($\Theta = 0$) したとき、緯度 ψ が 30° と 40° の場合、 ζ の大きさは 0.88° と 1.00° になる。速度誤差が自動的に補正されない場合は、対水船速の誤差要因として考慮が必要となる。より詳しくは「観測指針」を参照されたい。

3.1.2 Y 軸, X 軸の廻りの回転

式(18), (18') は、 Z 軸の廻りに $X-Y$ 軸が δ 度回転した場合の \mathbf{V} と \mathbf{V}^* の関係を表すが、 Y 軸の廻りに $X-Z$ 面が δy 度回転したり、 X 軸の廻りに $Y-Z$ 面が δx 度回転した場合も、 \mathbf{V} と \mathbf{V}^* の関係が同様に表される。

Y 軸の廻りに δy 度回転した場合、

$$A_y = \begin{pmatrix} \cos \delta y & 0 & \sin \delta y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \delta y & 0 & \cos \delta y \end{pmatrix} \dots\dots (21)$$

とおくと

$$\mathbf{V}^* = A_y \mathbf{V} \dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} V_x^* &= V_x \cdot \cos \delta y + V_z \cdot \sin \delta y \\ V_y^* &= V_y \\ V_z^* &= -V_x \cdot \sin \delta y + V_z \cdot \cos \delta y \end{aligned} \right\} \dots\dots (22')$$

式(22), (22') が、 Y 軸の廻りに δy 度回転した場合の測定対水船速 \mathbf{V}^* と真の対水船速 \mathbf{V} の関係である。具体的には、船底の送受波器が正しく水平面上に取付けられていない場合(例えば船首方向ビームの俯角は $60 \pm \delta y$ 度となる)や、正しく取り付けられても船自体が縦に傾斜(船首が持ち上がる、あるいは下がる)場合が考えられる。式(22') から $|\mathbf{V}^*| = |\mathbf{V}|$ が成り立つ。また、式(22') で V_z を無視すれば

$$V_x^* \approx V_x \cdot \cos \delta y$$

となり、測定される対水船速の船首方向成分 V_x^* は V_x より小さい。

X 軸の廻りに δx 度回転した場合は、

$$A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta x & \sin \delta x \\ 0 & -\sin \delta x & \cos \delta x \end{pmatrix} \dots\dots (23)$$

とおくと

$$\mathbf{V}^* = A_x \mathbf{V} \quad \dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} V_x^* &= V_x \\ V_y^* &= V_y \cdot \cos\delta x + V_z \cdot \sin\delta x \\ V_z^* &= -V_y \cdot \sin\delta x + V_z \cdot \cos\delta x \end{aligned} \right\} \dots\dots (24')$$

式 (24), (24') は X 軸の廻りに δx 度回転した場合の \mathbf{V}^* と \mathbf{V} の関係である。送受波器が正しく水平面上に取付けられていない場合 (左舷後方と右舷後方のビームの俯角が変化する) や、正しく取り付けられても船自体が横に傾斜 (左舷あるいは右舷側に傾く) 場合が考えられる。式 (24') のときも、 $|\mathbf{V}^*| = |\mathbf{V}|$ が成り立つ。

4 測定流速の誤差

対水船速の誤差の原因となる、音波ビーム方向の規準からのズレ角度や、ジャイロ指示方位と真方位の差は、せいぜい数度と想像される。しかし、船の速力によっては、これらは無視しがたい流速の誤差をもたらす。本節では、対水船速の誤差に因って生じる流速誤差について説明する。

4.1 スケール誤差に伴う流速誤差

スケール誤差は $\mathbf{V} = F\mathbf{V}^*$ のとおり (式 10), 対水船速 \mathbf{V} の大きさが過大または過小に測定される誤差である。これに伴う流速誤差について説明する。真流速を \mathbf{U} , 測定流速を \mathbf{U}^* とし、対地船速 \mathbf{V}_G の誤差を無視すれば、式 (1) から

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_G - \mathbf{V} = \mathbf{V}_G - F\mathbf{V}^* \quad \dots\dots (25)$$

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{V}_G - \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (25')$$

両式から \mathbf{V}_G を消去して

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{U} + (F-1)\mathbf{V}^* \quad \dots\dots (25'')$$

\mathbf{U}^* は、 \mathbf{U} に $(F-1)\mathbf{V}^*$ が加わる。通常の流速測定は船の前進時に行い ($V_x^* > 0$), \mathbf{V}^* の方向は船の進行方向と概ね同じだから、 F が 1 より大きい (小さい) ときは \mathbf{U}^* の進行方向成分が大きく (小さく) なる。例えば対水船速が 12 ノット、 F が 1.05 (5% 増) のとき、進行方向には 0.6 ノット程度の見かけの流速が加わる。測定流向が船の進行方向と同じなのは、 $F > 1$ の場合と考えられる。

式 (25'') を X, Y 成分に分ければ、

$$U_x^* = U_x + (F-1)V_x^*$$

$$U_y^* = U_y + (F-1)V_y^*$$

これらと、 $\mathbf{V} = F\mathbf{V}^*$ から

$$(U_x^* - U_x) / (U_y^* - U_y) = V_x^* / V_y^* = V_x / V_y \neq U_x^* / U_y^*$$

流れの無い所 ($U_x = U_y = 0$) では $U_x^* / U_y^* = V_x / V_y$ で、通常は $V_x \sim 10 \cdot V_y$ だから、 F と 1 との差が大きいくほど、船の進行方向成分 U_x^* と U_x の差も大きくなる。特に、流れが弱い所 ($U_x \sim 0$) では、測定流向が船首あるいは船尾方向に揃う傾向となる。

「観測指針」でも述べるように、海水温度により音速は変わる。いま、音速値の変化のみに因るスケール誤差を考える。設定された音速を C^* , 実際の音速を C とすれば $C = FC^*$ 。 C^* より小さな音速を C_c (低水温域), C^* より大きな音速を C_w (高水温域) とすれば、

$$C_c = FC^* (F < 1)$$

$$C_w = FC^* (F > 1)$$

高水温域における観測では、低水温域に比べて U_x^* が大きくなる。スケール誤差は、対水船速の大きさが変わるだけだが、結果的には流向にも誤差を生む。しかし、上述の音速の設定値と現実値の相違では到底説明できない事例があり、4.5.2 と [附録 4] で紹介する。

4.2 ログ座標系回転に伴う流速誤差—対地モード—

最初に対地モードでの、Z 軸廻りの回転に伴う流速誤差を見る。これまでは対地船速を \mathbf{V}_G と表してきたが、対地モードの場合は、海底反射波のドップラーシフト量から得られる対地船速を \mathbf{V}_B と表す。対水船速を \mathbf{V} , 流速を \mathbf{U}_B とすると、式 (1) から

$$\mathbf{U}_B = \mathbf{V}_B - \mathbf{V} \quad \dots\dots (26)$$

Z 軸廻りの回転 δ (式 17) があれば、

$$\mathbf{V}_B^* = A_z \mathbf{V}_B; \mathbf{V}^* = A_z \mathbf{V}$$

と表され、測定流速 \mathbf{U}_B^* は

$$\mathbf{U}_B^* = \mathbf{V}_B^* - \mathbf{V}^* = A_z (\mathbf{V}_B - \mathbf{V})$$

$$= A_z \mathbf{U}_B \quad \dots\dots (27)$$

成分に分ければ

$$\left. \begin{aligned} U_{BX}^* &= U_{BX} \cdot \cos\delta + U_{BY} \cdot \sin\delta \\ U_{BY}^* &= -U_{BX} \cdot \sin\delta + U_{BY} \cdot \cos\delta \\ U_{BZ}^* &= U_{BZ} \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

式 (28) の両辺の 2 乗和をとれば確かめられるように、測定流速 \mathbf{U}_B^* の大きさは真流速 \mathbf{U}_B のそれに等しく、 $|\mathbf{U}_B^*| = |\mathbf{U}_B|$ 。式 (27) が表すように、流向だけが δ 度異なる。3×3 の単位行列を E と表すと、式 (27) から

$$\mathbf{U}_B^* - \mathbf{U}_B = (\mathbf{A}z - \mathbf{E})\mathbf{U}_B \quad \dots\dots (29)$$

音波ビーム方向の Z 軸廻りの一律な回転と、ジャイロ指示方位の真方位との差異の、一方または両方によって δ が生じる。しかし、 δ はどんなに大きくても 10 度程度と思われる。対地モードで観測中に、リアルタイムで測定値をプロットしても、流向の不自然さは認識できないだろう。

Y 軸や X 軸の廻りの回転の場合も、 $\mathbf{A}z$ の替わりにそれぞれ式 (21), (23) の $\mathbf{A}y$, $\mathbf{A}x$ を用いればよく、 \mathbf{U}_B^* と \mathbf{U}_B の関係は上記とほぼ同様である。ただし、ジャイロ指示方位の誤差について考慮する必要は無い。

4.3 ログ座標系回転に伴う流速誤差—対水モード—

対水モードの測定では、対地船速 \mathbf{V}_G を GPS 等の測位情報から求める。 \mathbf{V}_G の誤差は無視し、流速誤差は対水船速 \mathbf{V} の誤差のみに因るとする。真の流速 \mathbf{U} 、対水船速 \mathbf{V} とし、測定値を \mathbf{U}^* , \mathbf{V}^* とすると、式 (1) から

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_G - \mathbf{V} ; \mathbf{U}^* = \mathbf{V}_G - \mathbf{V}^*$$

\mathbf{V}_G を消去して

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{U} + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*) \quad \dots\dots (30)$$

式 (30) から、対水船速に測定誤差が含まれると、流速にも $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)$ だけ誤差が生じる。以下に、ログ座標系が各軸の廻りに回転したときの流速誤差を説明するが、まとめた結果を Table 1 に予め示す。結論を言えば、Z 軸廻りの回転に伴う流速誤差が顕著で、船の横方向に見かけの流速を生む。このとき、回転角度が 5 度以上になると船首方向の見かけの流速も大きくなる。Y 軸廻りの回転 δy では船首方向の流速が大きくなるが、5

度以下ならば誤差は極めて小さい。X 軸廻りの回転 δx の影響は無視できる。

4.3.1 Z 軸廻りの回転に伴う流速誤差

対水船速の真値 \mathbf{V} と測定値 \mathbf{V}^* が式 (16), (17') の関係にあるとき、真流速 \mathbf{U} と測定流速 \mathbf{U}^* の関係は式 (30) から

$$\mathbf{U}^* - \mathbf{U} = (\mathbf{E} - \mathbf{A}z)\mathbf{V} \quad \dots\dots (31)$$

$$\mathbf{U}^* - \mathbf{U} = (\mathbf{B}z - \mathbf{E})\mathbf{V}^* \quad \dots\dots (31')$$

式 (31) を対地モードのときの式 (29) と比べると、通常は船速のオーダーが流速の 10 倍程度のため、対水モード時の流速誤差はかなり大きくなる。なお、 $|\mathbf{U}^*| \neq |\mathbf{U}|$ 。式 (31), (31') を成分ごとに表せば

$$\left. \begin{aligned} U_x^* - U_x &= V_x(1 - \cos\delta) - V_y \cdot \sin\delta \\ U_y^* - U_y &= V_x \cdot \sin\delta + V_y(1 - \cos\delta) \\ U_z^* - U_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (32)$$

または

$$\left. \begin{aligned} U_x^* &= U_x + V_x^*(\cos\delta - 1) - V_y^* \sin\delta \\ U_y^* &= U_y + V_x^* \sin\delta + V_y^*(\cos\delta - 1) \\ U_z^* &= U_z \end{aligned} \right\} \dots\dots (32')$$

Z 軸廻りの回転 δ の絶対値が 3 度以下の場合、船首方向の流速 U_x^* と U_x の差は 0.1 ノット未満と小さい (Table 1)。横方向の流速 U_y^* は、 δ が正のとき、 $V_x^* \sin\delta$ の項のために大きくなり、アライメント誤差を生ずる。例えば $V_x^* = 12$ ノット、 $\delta = 3$ 度のとき、 $\Delta U_y = U_y^* - U_y$ は 0.6 ノット以上となって流速誤差としては無視できない。 δ は反時計廻りに正としているので、 δ が正のときは測定流向が左舷方向 (Y が正) に、 δ が負のときは測定流向が右舷方向 (Y が負) に、それぞれバイアスがかかる。流れの無い海域の観測で、 δ が数度あれば、測定流向が左舷または右舷方向に整然と揃うのを見ることができる。

ひとつ注意しておきたい。船の航行時に、船首方位と進行方向 (対地船速の方向) が異なることがあり、一例が強流域でのいわゆる“あて舵”である。しかし、ジャイロを含めたログシステムが正常に作動すれば、そういう場合でも流速誤差は生じない。Fig. 5 に極端な例として、船首を東に

Table 1. Relations between observed ship velocity V^* (V_x^* , V_y^*), current velocity U^* (U_x^* , U_y^*) and true velocities V (V_x , V_y), U (U_x , U_y), for misalignment angles δ , δ_y and δ_x . In calculation of U^*-U , V_x and V_y are given as 10 knots and ± 1 knot respectively, and vertical component V_z is ignored.

		Z 軸の廻りの回転 δ		Y 軸の廻りの回転 δ_y		X 軸の廻りの回転 δ_x	
V_x^*		$V_x \cdot \cos\delta + V_y \cdot \sin\delta$		$V_x \cdot \cos\delta_y + V_z \cdot \sin\delta_y$ $\approx V_x \cdot \cos\delta_y$		V_x	
V_y^*		$-V_x \cdot \sin\delta + V_y \cdot \cos\delta$		V_y		$V_y \cdot \cos\delta_x + V_z \cdot \sin\delta_x$ $\approx V_y \cdot \cos\delta_x$	
$U_x^* - U_x$		$V_x(1 - \cos\delta) - V_y \cdot \sin\delta$		$V_x(1 - \cos\delta_y) - V_z \cdot \sin\delta_y$ $\approx V_x(1 - \cos\delta_y)$		0 (不変)	
$U_y^* - U_y$		$V_x \cdot \sin\delta + V_y(1 - \cos\delta)$		0 (不変)		$V_y(1 - \cos\delta_x) - V_z \cdot \sin\delta_x$ $\approx V_y(1 - \cos\delta_x)$	
δ (度)	V_y	$U_x^* - U_x$ (kn)	$U_y^* - U_y$ (kn)	$U_x^* - U_x$ (kn)	$U_y^* - U_y$ (kn)	$U_x^* - U_x$ (kn)	$U_y^* - U_y$ (kn)
1	+	-0.02	0.17	0.00	0	0	0.00
	-	0.02	0.17				
2	+	-0.03	0.35	0.01	0	0	0.00
	-	0.04	0.35				
3	+	-0.04	0.52	0.01	0	0	0.00
	-	0.07	0.52				
5	+	-0.05	0.88	0.04	0	0	0.00
	-	0.13	0.87				
10	+	-0.02	1.75	0.15	0	0	± 0.02
	-	0.33	1.72				
15	+	0.08	2.62	0.34	0	0	± 0.03
	-	0.60	2.55				
20	+	0.26	3.48	0.60	0	0	± 0.06
	-	0.95	3.36				

向けたまま、北向きに流された場合を示す。Xは船首方向、Yは左舷方向だから、式(9)のドップラシフト量は

$$S_1 = 0, S_2 = -S_3$$

得られる対水船速は

$$V_x = V_z = 0, V_y < 0$$

対地船速(北向き)はY方向だから、流速もY成分だけで、

$$U_y = V_G - V_y > 0$$

結局、北向きの流速が“測定”される。

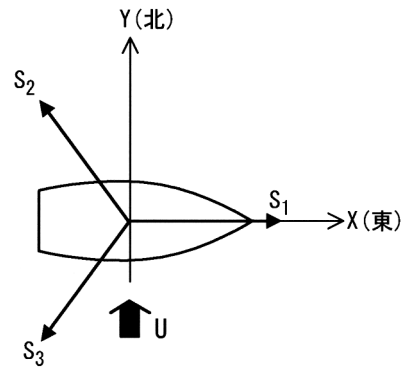


Fig.5 An example case of northward moving of ship with its heading kept eastward.

4.3.2 Y軸廻りの回転に伴う流速誤差

この場合も、式(31)のAzに式(21)のAyを用いれば、 U と U^* の関係が得られる ($|U^*| \neq |U|$)。

$$\left. \begin{aligned} U_x^* - U_x &= V_x(1 - \cos\delta_y) - V_z \cdot \sin\delta_y \\ U_y^* - U_y &= 0 \\ U_z^* - U_z &= V_x \cdot \sin\delta_y + V_z(1 - \cos\delta_y) \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

または

$$\left. \begin{aligned} U_x^* &= U_x + V_x^*(\cos\delta y - 1) - V_z^*\sin\delta y \\ U_y^* &= U_y \\ U_z^* &= U_z + V_x^*\sin\delta y + V_z^*(\cos\delta y - 1) \end{aligned} \right\} \dots(33')$$

Y 軸廻りの回転では流速のアライメント誤差は生じない ($U_y^* = U_y$). 式 (33) で V_z を無視すると, 流速誤差は船首方向の U_x^* に現れる. 前進航走中の測定 ($V_x > 0$) では

$$\Delta U_x = U_x^* - U_x = V_x - V_x^* \doteq V_x(1 - \cos\delta y) \geq 0 \dots\dots (34)$$

ところが, 式 (33') で V_z^* を無視すると,

$$\Delta U_x = U_x^* - U_x \doteq V_x^*(\cos\delta y - 1) \leq 0$$

となってしまう. もちろん 2 通りの解は無く, 式 (34) が正しい. $V_z = 0$ であっても $V_z^* \neq 0$ のため, 上式の近似はできない. 式 (33) の V_x^*, V_z^* を式 (22') の V_x, V_z で表せば式 (34) になる.

Y 軸廻りの回転に伴う測定流速の誤差は, 対水船速の船首方向成分 V_x^* ($\doteq V_x \cdot \cos\delta y$) が過小に見積られ, 結果的に式 (34) の ΔU_x が大きくなる. しかし δy が 5 度以下なら, $V_x \doteq V_x^*$ が 20 ノットであっても ΔU_x は 0.1 ノット以下である.

4.3.3 X 軸廻りの回転に伴う流速誤差

式 (31) の A_z に式 (23) の A_x を用いれば, \mathbf{U} と \mathbf{U}^* の関係が得られる ($|\mathbf{U}^*| \neq |\mathbf{U}|$).

$$\left. \begin{aligned} U_x^* - U_x &= 0 \\ U_y^* - U_y &= V_y(1 - \cos\delta x) - V_z \cdot \sin\delta x \\ U_z^* - U_z &= V_y \cdot \sin\delta x + V_z(1 - \cos\delta x) \end{aligned} \right\} \dots(35)$$

または

$$\left. \begin{aligned} U_x^* &= U_x \\ U_y^* &= U_y + V_y^*(\cos\delta x - 1) - V_z^*\sin\delta x \\ U_z^* &= U_z + V_y^*\sin\delta x + V_z^*(\cos\delta x - 1) \end{aligned} \right\} \dots(35')$$

X 軸廻りの回転では $U_x^* = U_x$ だから, 船首方向流速の誤差は生じない. 横方向の流速誤差は

$$\Delta U_y \doteq V_y^*(-1 + 1/\cos\delta x)$$

対水船速の V_z を無視し, $V_y^* \sim \pm V_x^*/10$ であれば, U_y^* がごく僅か変化する. X 軸廻りの回転に伴う測定流速の誤差は無視できる.

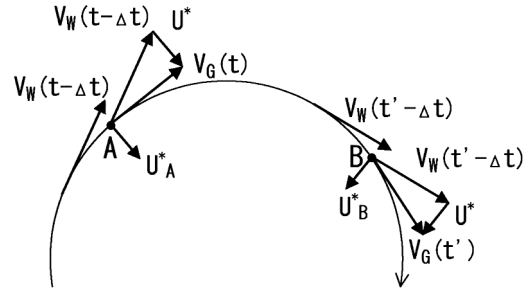


Fig.6 A case of ship cruising along clockwise course in non-current water.

4.4 船の変針に伴う流速誤差

船が変針するときの流速誤差は無視できない. 変針の際の測定流向は, 船首方向に追従することが多い. 例えば時計廻りに変針したときは, 流向も時計廻りに変化していく. 測量船が停船するために減速しつつ変針したり, 停船観測が終わって航走を開始するときの流向は不自然な事が多い. この理由は, ジャイロの応答にかかる遅延時間 (タイムラグ) に因ると考える.

Fig.6 は, 流れの無い所で船が時計廻りに円弧を描きながら航走している状態を示す. ログシステムは正常に作動しており, 航路上の各点で対地船速 \mathbf{V}_G と対水船速 \mathbf{V} は円の接線方向を向く. ただし, ジャイロの指示方位は時間 Δt だけ遅れるとする. 点 A (時刻 t) における対地船速 $\mathbf{V}_G(t)$ に対して, 対水船速は $\mathbf{V}(t - \Delta t)$ となり, 円の中心に向く流速 \mathbf{U}_A^* が“測定”される. 点 B (時刻 t') においても同様であり, 船の変針に伴い流向も時計廻りに変化していく.

なお, 船が直進のまま加速または減速した場合は, ジャイロのタイムラグが存在しても対水船速の方向の変化には無関係であるので, 流速誤差は生じないはずである.

4.5 時間変化する $\delta y, \delta x$ に伴う流速誤差

各軸の廻りの回転角度が時間的に変化する場合があります. 船の縦方向の動揺 (ピッチング) は δy の時間変化の例であり, 船の横方向の動揺 (ローリング) は δx の時間変化の例である. しかし, 船首方位が左右に振れる現象 (ヨーイング) は δ

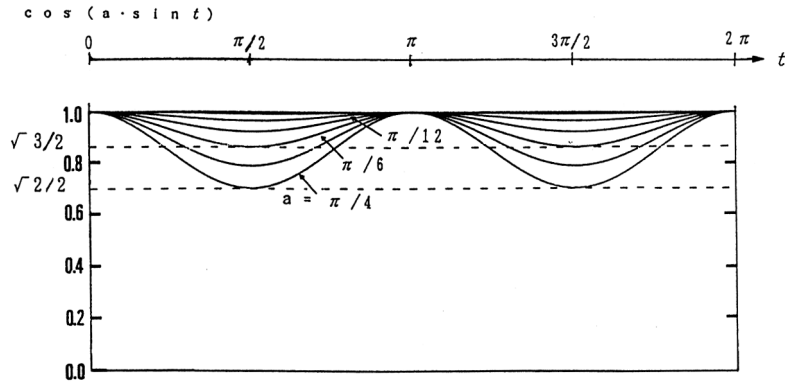


Fig.7 Figures of the function $\cos(a \cdot \sin t)$ from $t=0$ to $t=2\pi$. amplitudes 'a' are given as $\pi n/24$ ($n=1,2,3,4,5,6$).

Table 2. Mean values (\bar{A}) of the definite integral of function, $\cos(a \cdot \sin t)$ from $t=0$ to $t=\pi/2$, for different amplitudes 'a'.

a	$\pi/24$ (7.5°)	$\pi/12$ (15°)	$\pi/8$ (22.5°)	$\pi/6$ (30°)	$5\pi/24$ (37.5°)	$\pi/4$ (45°)
\bar{A}	0.995	0.983	0.961	0.932	0.895	0.851
$1-\bar{A}$	0.005	0.017	0.039	0.068	0.105	0.149

の時間変化ではない。設置角度が規準から δ 度ズレても、船首が左右に振れる間、 δ 自体の時間変化は無い。ただし、前述のジャイロのタイムラグがある場合は、対水船速の真方位と測定方位との差の時間変化に伴う流速誤差が生じ得る。この場合、ヨーイングの周期が流速計算にかかる時間 T (例えば 5 分) よりも短いときは、対水船速を時間 T で平均すれば誤差は無視できると考える。

4.5.1 $\delta y, \delta x$ が正弦関数で変化するとき

ここでは最も簡単な例として、角度 δy や δx が $a \cdot \sin t$ のように、時間 t に関して振幅 a の正弦関数的に変化する場合を扱う。式 (33) と (35) の X, Y 方向の流速誤差

$$U_x^* - U_x = V_x(1 - \cos \delta y) - V_z \cdot \sin \delta y \quad \dots (36)$$

$$U_y^* - U_y = V_y(1 - \cos \delta x) - V_z \cdot \sin \delta x \quad \dots (36')$$

に含まれる“sin 項”は、 V_z を無視しなくとも、 δy や δx の変化の周期より充分長い時間で平均操作すれば零と近似できる。しかし“cos 項”は常に正のため平均しても零にはならず、流速誤差が残る。上式の $\cos \delta x, \cos \delta y$ を

$$\cos(a \cdot \sin t) \quad \dots (37)$$

と表す。振幅 a を $\pi/24$ (7.5 度) から $\pi/4$ (45 度) まで $\pi/24$ ごとにとり、式 (37) を $t=[0, 2\pi]$ の区間で示したのが Fig.7 (石井, 1993) である。式 (37) は常に 1 に近い正値をとるため、式 (36), (36') で V_z を無視すれば、測定流速 U_x^*, U_y^* は U_x, U_y よりも大きくなる。

式 (37) の一周期区間 $[0 \sim 2\pi]$ の積分平均値は、Fig.7 で明かなように区間 $[0, \pi/2]$ の積分平均値 \bar{A} に等しい。Fig.7 の振幅 a の各値について、数値積分によって求めた \bar{A} と $1-\bar{A}$ を Table 2 (石井, 1993) に示す [附録 3]。

測定流速 U_y^* に対する δx の効果は元々小さいため、式 (36') で δx が時間的に正弦関数変化 (ローリング) しても無視できる。ピッチングに対応する δy の正弦関数変化の効果は、振幅が 15 度 ($\pi/12$) 以下ならば、 $V_x=10$ ノットの場合、その 2% の 0.2 ノット以下にとどまる。振幅が 22.5 度 ($\pi/8$) で 4%, 30 度 ($\pi/6$) で 7% となり、船首方向の流速誤差は無視できないが、この状態は、かなり大きい縦揺れであり、船底での泡の発生も予想され、観測の実施も覚束ない。

実際のピッチング等の船の動揺は、正弦関数で表されるほど規則的ではなく、振幅自体も時間的に変化するであろう。しかし Table 2 の結果は、船の周期的動揺がある場合の測定流速 (特に U_x^*) の誤差の大きさの目安を与えると考え。船首あるいは船尾から受ける、うねりや波浪が船首方向の流速に与える影響の例を次に紹介する。

4.5.2 うねり・波浪に伴う流速誤差

ここでは、船のピッチングの影響と推定される流速誤差について述べる。Fig.8 (石井, 1993) は巡視船「まつしま」の海流観測時における GEK と ADCP の速さの差を、船首に相対的な風向 (16 方位) に対してプロットした図である。昭和 63 年 (1988) と平成 2 年 (1990) の 2 回の観測で、原図は脊戸義郎氏 (当時、第二管区海上保安本部水路部長) による。船が「向い風」を受けるときは、ADCP 流速が GEK より大きい傾向が見られ、差が 1 ノット以上の場合もある。石井 (1993) はこの事を、船のピッチングが船首方向流速を過大評価するという、前述の結論の検証例として採りあげた。

Y 軸廻りの回転角を δy とし、 V_z を無視すると、式 (22'), (34) から

$$\cos\delta y = V_{x^*} / V_x = V_{x^*} / (V_{x^*} + U_x - U_x) = p$$

GEK 流速値を真流速と仮定して U_x を、GEK の直前または直後の ADCP 測定値から U_x^*, V_{x^*} を、それぞれ計算して p を求めた。ここで、 $V_{x^*} > 0$ (船は前進中) から $U_x^* \geq U_x$ が要請される。しかし、GEK 測定値が常に 0.1 ノットの精度を有するとは考え難いため、 $U_x^* > U_x - 0.2$ (ノット) の条件を満たす GEK 値を採用した。

Fig. 8 に示すデータに平成元年 (1989) 11 月と同 2 年 (1990) 5 月の観測データを加えて、 $p = V_{x^*} / V_x = \cos\delta y$ (縦軸) と、うねり階級の X 成分 (船首-船尾方向) S_x の関係を Fig.9 (石井, 1993) に示す。マイナスの S_x は「向かい」のうねりを表す。風は船体を水平方向に押し流すが縦揺れは起さない。うねりに着目したのは、風浪に比べて振幅が大きく、数分間の ADCP 測定時間内では方向・周期が余り変わらず、ピッチングを起し易いと考えたからである。Fig.9 で $S_x = 0$ のとき、二次回帰曲線 (破線) の Y 切片 p は 0.975 であり、対応する δy は 12.8 度となる。ピッチングにより時間変化する δy の平均値と考えても、通常感覚からすれば大き過ぎる値である。また、船底の送受波器の取付け角度が 12~13 度ズレていた可能性も挙げられるが、やはり

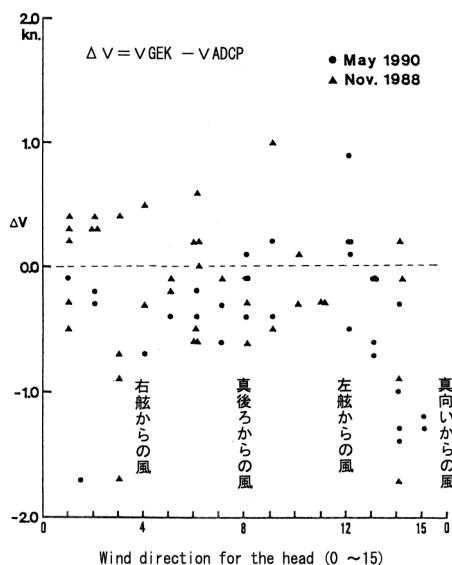


Fig.8 Wind direction relative to ship heading (lateral axis), and difference of current speed measured by GEK and ADCP.

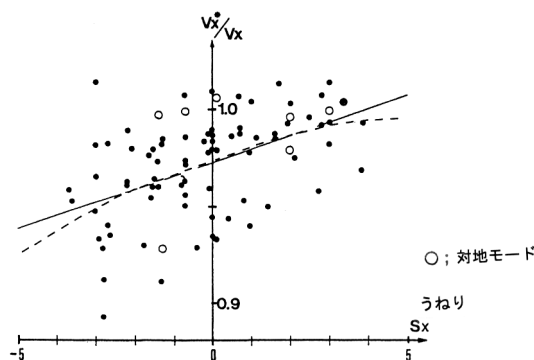


Fig.9 Vertical axis: Ratio of observed value to true one of V_x (headward component of ship velocity). Lateral axis: S_x , headward component of swell scale. Negative S_x shows against swell.

大き過ぎると思う。GEKをはじめとして使用データの精度も不十分であろう。また、測位装置はロランCであったため、対地船速の精度、すなわち ADCP 流速の精度も低かったであろう。得られた δy 値の信頼性に問題はあるが、「向かい」のうねりや波浪により、ADCP 流速の船首方向成分が大きくなるのは確かな事と考える。

また、船が風・うねり・風浪に対して「向かい」で航走するときの ADCP 流速が、「追い」のときよりも大きく算出される事例を、熊谷・他

(1997) が報告している。測量船『海洋』が津軽海峡西口海域において 25 回以上の往復観測（対地モード）を実施した際、測定流速の船首方向成分は「向かい」の時のほうが「追い」の時よりも平均で約 0.6 ノット大きい、という原因不明の不思議な結果をもたらした [附録 4]。

5 観測データに基づく流速補正

前節で述べたように、Z 軸廻りの回転角 δ が大きい時には流速誤差も大きい。特に流向は不自然なものとなる。このような測定流速はそのまま採用できず、補正が必要となる。ADCP 観測と同時に別の信頼できる流速計で比較測定する方法があるが、実際には稀である。簡便な方法として往復観測がある。ほぼ逆方向の針路をとって流速を測定し、その時間内では真の流速は不変と仮定する。往路と復路において近接する 2 測点での真流速は同じとして、アライメント誤差やスケール誤差を見積る。

流速の水平成分の補正にとって必要な量は、角度 δ とスケール係数 F である。水平 (XY) 成分を扱うので、式 (17') の B_z を 2×2 行列で表し、対水船速を \mathbf{V} (真値)、 \mathbf{V}^* (測定値) とおくと、

$$\mathbf{V} = F \cdot B_z \mathbf{V}^*$$

ただし

$$B_z = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

式 (25) から

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_G - F \cdot B_z \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (38)$$

後述するように、対水モードの往復観測で得られたデータを式 (38) にあてはめて、 δ と F を求める。

「観測指針」では X 軸を東、Y 軸を北にとり、海水の流速を \mathbf{V}_w 、対地船速を \mathbf{V}_s 、任意の層の船に対する観測速度を $\mathbf{V}'d$ と表す。また、ビームの回転角 ϕ は時計廻りに正とする。 $\mathbf{V}'d$ は船に対する海水（反射体）の速度だから、本稿の表示との関係は

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_G ; \mathbf{V}'d = -\mathbf{V}^* ; \phi = -\delta$$

式 (20) と、これらの関係式を使えば「観測指針」の式 (C. 1) となる。

$$\mathbf{V}_w = \mathbf{V}_s + F \cdot A\phi \mathbf{V}'d \quad \dots\dots (38')$$

3 ビーム式 ADCP では、通常、測定層は 3 層である。対水モードで δ と F を各層で求めることがある。本来は第 1 層と同じ結果が得られて然るべきだが、値の信憑性の確認になる。ADCP の 1 測点の記録は多種のデータを含むが、「対水船速」はひとつしか記録されない（基本層船速 V_0 : 船底下 2 m の対水船速）。基本層よりも深い測定層における δ と F を求めるためには、当該層の対水船速が必要であるが、記録自体が無いのだから推定するしかない。式 (25') から

$$\mathbf{V}_i^* = \mathbf{V}_G - \mathbf{U}_i^* \quad \dots\dots (39)$$

上式で i は測定層番号を表し、普通は 2 と 3 である。しかし、式 (39) から第 1 層の流速を用いて対水船速を計算し、これと基本層船速 V_0 とを比較して、式 (1) の計算を確認できる。

往復観測を実施する場合、種々の誤差要因の介入を避けるため、次の点に注意するのが望ましい。

- ① 流速の時間的・空間的変化が大きい海域は適当でない。特に、潮流の変化が顕著な海域や時間帯は避ける。
- ② 風・うねり・波浪などの無い、静穏な海上で行う。
- ③ 針路を東西方向にとる（ジャイロの速度誤差を考えずに済む）。
- ④ ジャイロの指示方位をログシステムに入力するのは岸壁等での停泊時が良く、安定した正確な値が入力できる。いったん入力したら、往復観測中は変更しない。同じ船でも行動ごとにアライメント誤差の大きさは変わるので（工藤・寄高，2001），出港のたびに正確な入力が必要。

5.1 対地モードの場合

まず、対地モードで得られたデータから角度 δ とスケール係数 F の求め方を「観測指針」に

拠って説明する。42で述べたように対地モードの場合は、航法測位に基く対地船速と海底反射波のドップラーシフト量から得られる対地船速とを区別する必要がある。ここでは、前者を「航法船速」 \mathbf{V}_G と表し、後者を「対海底船速」 \mathbf{V}_B と表す。また、当然ながら測定値を計算で使うので、測定値の*印は略す。X軸を東、Y軸を北にとった場合は、成分を V_{GE}, V_{BN} のように表す。

「観測指針」の結果 (C. 2式) を本稿の記号で表すと

$$\tan\delta = (V_{GE} \cdot V_{BN} - V_{GN} \cdot V_{BE}) / (V_{GE} \cdot V_{BE} + V_{GN} \cdot V_{BN}) \quad \dots\dots (40)$$

$$F = |\mathbf{V}_G| / |\mathbf{V}_B| \quad \dots\dots (40')$$

となる [附録5]。Fは \mathbf{V}_G と \mathbf{V}_B の大きさの比であり、 δ は \mathbf{V}_G と \mathbf{V}_B が挟む角度である。したがって δ は、式(40)の面倒な計算をせずとも、単に \mathbf{V}_G と \mathbf{V}_B の方向差を求めれば足りる [附録6]。

対地モードでの δ とFの計算は容易であるが、注意すべき点がひとつある。式(39)に関して述べたのと同様に、ADCPの記録には「対地船速」もひとつしかなく、 \mathbf{V}_G か \mathbf{V}_B のいずれかが記録される。対地モードでは \mathbf{V}_B が記録されるとの資料を以前見たが、確認が必要である。最近、筆者は平成17年6月の測量船『海洋』による対地モードでの往復観測データを解析した(流向が進行方向に見事に揃う、スケール誤差の典型的特徴を示す)。このときの対地船速欄に記録されたのは \mathbf{V}_B ではなく、 \mathbf{V}_G であると推定した [附録7]。

なお、 \mathbf{V}_B が記録されない場合は、第1層の流速 \mathbf{U}_1 と基本層船速 \mathbf{V}_0 を用いて

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{U}_1 + \mathbf{V}_0$$

と計算するしかない。

5.2 対水モードの場合

前述の対地モードでは、 δ とFを求めるうえで“往復観測”は必要としなかったが、対水モードでは往路と復路で流速が同じと見なせる2つの観測点(以下、ペア測点とよぶ)のデータ(ペアデータを)を用いる。例えば式(40)の V_{GE} の替わ

りに、ペアデータの V_{GE} の差($V_{GE1} - V_{GE2}$)を用いる。また、筆者は δ の値を「観測指針」とは別の方法で求めているので、スケール誤差とアライメント誤差とを分けて説明する。なお、対地モードにおいて、往復観測データを用いて δ とFを求めることは、ペアデータの作成に手間を要するが、もちろん可能である。

5.2.1 スケール誤差

対地モードと異なり、 \mathbf{V}_B の替わりに対水船速 \mathbf{V} (V_E, V_N)を用いる。 \mathbf{V} は本来 \mathbf{V}^* と表記すべきだが、ここでも*印は略す。スケール係数Fは、式(38)、(38')の左辺の \mathbf{U}, \mathbf{V}_w で表される流速が往路と復路で同じと見なせるペア測点での \mathbf{V} と航法船速 \mathbf{V}_G の差から求める。往路のデータに添字“1”を、復路のデータに添字“2”をつけて表す。

$$d\mathbf{V}_G = (dV_{GE}, dV_{GN}) = (V_{GE1} - V_{GE2}, V_{GN1} - V_{GN2})$$

$$d\mathbf{V} = (dV_E, dV_N) = (V_{E1} - V_{E2}, V_{N1} - V_{N2})$$

とおくと、

$$F = |d\mathbf{V}_G| / |d\mathbf{V}| \quad \dots\dots (41)$$

ここで

$$|d\mathbf{V}_G| = \{(V_{GE1} - V_{GE2})^2 + (V_{GN1} - V_{GN2})^2\}^{1/2}$$

$$|d\mathbf{V}| = \{(V_{E1} - V_{E2})^2 + (V_{N1} - V_{N2})^2\}^{1/2}$$

対水モードにおけるFは、ペア測点における \mathbf{V}_G と \mathbf{V} の、それぞれのベクトル差の比として表される [附録8]。

5.2.2 アライメント誤差

対水モードにおけるZ軸廻りの回転角 δ も、往復観測での往路・復路のペア測点の真流速は同じと仮定して求める。「観測指針」では $\tan\delta$ を示すが、筆者は $\sin\delta$ を求める。ここでは先ず、筆者の方法を紹介する。

式(38)右辺の $\mathbf{V} = F \cdot Bz\mathbf{V}^*$ でスケール係数Fを省略($F=1$ に相当)した $\mathbf{V} = Bz\mathbf{V}^*$ と、式(31')

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^* + (E - Bz)\mathbf{V}^* \quad \dots\dots (42)$$

$$= \mathbf{U}^* + \begin{pmatrix} 1 - \cos\delta & \sin\delta \\ -\sin\delta & 1 - \cos\delta \end{pmatrix} \mathbf{V}^* \quad \dots\dots (42')$$

X (船首方向) と Y (左舷方向) の成分で表すと、式 (32') から

$$U_x = U^*x + V_x^*(1 - \cos\delta) + V_y^* \cdot \sin\delta$$

$$U_y = U^*y - V_x^* \cdot \sin\delta + V_y^*(1 - \cos\delta)$$

往路・復路のデータに添字“1”・“2”をつけ、船首方位 (heading) を ψ 度として、 $\Phi = \psi_1 - \psi_2$ とおく。真流速は不変 ($U_{x1} = U_{x2}$, $U_{y1} = U_{y2}$) の条件で連立方程式を解くと

$$\sin\delta = (f \cdot h - e \cdot g) / (e^2 + f^2) \quad \dots\dots (43)$$

$$e = -V_{x1}^* + V_{x2}^* \cdot \cos\Phi - V_{y2}^* \cdot \sin\Phi ;$$

$$f = -V_{y1}^* + V_{x2}^* \cdot \sin\Phi + V_{y2}^* \cdot \cos\Phi ;$$

$$g = U_{y1}^* - U_{x2}^* \cdot \sin\Phi - U_{y2}^* \cdot \cos\Phi ;$$

$$h = U_{x1}^* - U_{x2}^* \cdot \cos\Phi + U_{y2}^* \cdot \sin\Phi$$

往路と復路の針路が逆 ($\Phi = \pm 180$ 度) のとき、式 (43) は少し簡単になる [附録 9]。

式 (43) は、X を船首方向、Y を左舷方向にとるため複雑で計算が面倒である。前節の説明では、流向の誤差が現れるのが船首方向か横方向かを見分けるうえで、この座標軸のとり方は便利である。しかし、回転角 δ を求める際には、X を東、Y を北にとった座標系の方が簡潔であり、船首方位データを使う必要もなくなる。

再び、測定した対水船速 V^* と流速 U^* の * 印を省略して、座標軸は X を東に、Y を北に変換し [附録 10]、 \mathbf{V} (V_E, V_N)、 \mathbf{U} (U_E, U_N) とおくと、

$$d\mathbf{V} = (dV_E, dV_N) = (V_{E1} - V_{E2}, V_{N1} - V_{N2})$$

$$d\mathbf{U} = (dU_E, dU_N) = (U_{E1} - U_{E2}, U_{N1} - U_{N2})$$

これらから

$$\sin\delta = (dV_E \cdot dU_N - dV_N \cdot dU_E) / (dV_E \cdot dV_E + dV_N \cdot dV_N) \quad \dots\dots (44)$$

ベクトルの内積と外積を用いれば [附録 6]、

$$\sin\delta = (d\mathbf{V} \times d\mathbf{U}) / (d\mathbf{V} \cdot d\mathbf{V})$$

式 (44) はベクトルの (V_x, V_y) 成分と (V_E, V_N) 成分の関係 [附録 10] を、式 (43) の係数 $e \sim h$ にあてはめても良いが、式 (42) を (V_E, V_N) 成分で表す方がずっと簡単である。

一方「観測指針」では $\tan\phi$ が次式で与えられる [附録 8]。

$$\tan\phi = (dv'_d \cdot du_s - du'_d \cdot dv_s) / (du'_d \cdot du_s + dv'_d \cdot dv_s) \quad \dots\dots (45)$$

筆者の方法との違いは、測定流速 \mathbf{U} の代わりに航法船速 \mathbf{V}_G を用いる点である。 $\mathbf{V}_G = (V_{GE}, V_{GN})$ とおくと

$$d\mathbf{V}_G = (dV_{GE}, dV_{GN}) = (V_{GE1} - V_{GE2}, V_{GN1} - V_{GN2})$$

式 (45) は

$$\tan\delta = -\tan\phi$$

$$= (dV_E \cdot dV_{GN} - dV_N \cdot dV_{GE}) / (dV_E \cdot dV_{GE} + dV_N \cdot dV_{GN}) \quad \dots\dots (46)$$

ベクトルの内積と外積を用いれば、

$$\tan\delta = (d\mathbf{V} \times d\mathbf{V}_G) / (d\mathbf{V} \cdot d\mathbf{V}_G) \quad \dots\dots (46')$$

式 (46) も、(V_x^*, V_y^*)、(U_x^*, U_y^*) 成分と式 (43) の係数を用いて次式のとおりに表示するが [附録 9]、煩雑で益は無い。

$$\tan\delta = (f \cdot h - e \cdot g) / (e^2 + f^2 - e \cdot h - f \cdot g)$$

式 (45) はスケール係数 F の値にかかわらず (F と δ は独立に) 求められるが、式 (44) の導出では $F=1$ としている。厳密には、式 (44) の左辺は $F \cdot \sin\delta$ になる。なお、式 (44) の $\sin\delta = q$ 、式 (46) の $\tan\delta = r$ は別々に求められるが、例えば三角関数の公式「 $1 + 1/\tan^2 x = 1/\sin^2 x$ 」に対応する $1 + 1/r^2 = 1/q^2$ の関係を満たす。

このように、 $\sin\delta$ と $\tan\delta$ のどちらを求めても良いのだが、実際の測定データから計算すると、無視できない相違を示すことがある。式 (44) を方法①、式 (46) を方法②として、両方法の結果 (δ 値) を比較してみた。測量船『海洋』が平成 16 年 (2004) と 17 年 (2005) に行った 9 回の往復観測 (対水モード) のうち、第 1 層 (海面下 7 m) のデータを用いた。また、対水船速 \mathbf{V} として基本層船速 \mathbf{V}_0 のほかに、式 (39) の $\mathbf{V}_G - \mathbf{U}_1$ から計算した値も用いた。方法① ($\sin\delta$) と方法② ($\tan\delta$) を適用した結果 (ペアデータ数 K での δ の平均 m と標準偏差 σ) を Table 3 に示す。なお、式 (43) から δ を求めたが、方法①とほとんど同じ結果であった。

Table 3 で、1 回の往復観測について 4 通りの δ 値が得られるが、これらの値の妥当性 (補正の効果) は問題では無い。注意すべきは、基本層船速 \mathbf{V}_0 を用いた方法② ($\tan\delta$) のときに、他の 3 通りの平均値と異なる場合が多く、標準偏差も大

Table 3. Misalignment angle (δ) estimated from eq. (44) and eq. (46) in the text. Current velocity was measured at 7 m depth by S/V *Kaiyo*. Number of data pairs (K), mean (m) and standard deviation (σ) are also shown.

年 月 日	K	V=V ₀ (基本層船速)		V=VG-U	
		方法①(sinδ) m σ	方法②(tanδ) m σ	方法①(sinδ) m σ	方法②(tanδ) m σ
2004 8.28 富山湾	35	1.76° ± 0.49°	1.73° ± 1.06°	1.76° ± 0.49°	1.76° ± 0.49°
2004 9.20 潮岬沖	25	1.45° ± 0.42°	1.96° ± 1.28°	1.45° ± 0.42°	1.42° ± 0.42°
2004 11.20 本州南	21	1.48° ± 0.56°	0.81° ± 2.00°	1.49° ± 0.55°	1.48° ± 0.55°
2005 3. 4 本州南	23	-0.34° ± 0.85°	-0.29° ± 1.15°	-0.34° ± 0.86°	-0.34° ± 0.85°
2005 4.24 宮城沖	13	0.54° ± 0.08°	0.15° ± 1.90°	0.55° ± 0.06°	0.54° ± 0.06°
2005 4.24 宮城沖	15	-0.07° ± 0.16°	-0.25° ± 0.90°	-0.06° ± 0.16°	-0.06° ± 0.15°
2005 6. 6 宮城沖	13	0.40° ± 0.35°	-0.07° ± 0.82°	0.41° ± 0.36°	0.40° ± 0.35°
2005 8.12 宮城沖	27	0.44° ± 0.31°	0.51° ± 0.68°	0.43° ± 0.32°	0.43° ± 0.31°
2005 9.17 宮城沖	26	0.36° ± 0.30°	0.57° ± 1.31°	0.35° ± 0.30°	0.35° ± 0.30°

きいことである。なお、第2層(47 m)についても方法①と②で δ を求めたが(対水船速 $\mathbf{V}=\mathbf{V}_G-\mathbf{U}_2$)、結果はほとんど同じである。基本層船速 \mathbf{V}_0 を用いる場合は、方法①のほうが“安定”な δ 値を与える。しかし、方法②でも対水船速 $\mathbf{V}=\mathbf{V}_G-\mathbf{U}$ を用いれば妥当な結果が得られることから、方法②自体の問題では無く、基本層船速 \mathbf{V}_0 と航法船速 \mathbf{V}_G とを同時に用いた場合に問題が生じる、と言える。ただ、なぜ同時に用いると問題があるのかを含めて、疑問に対する解答は現時点では示せない。

本節の最後に、往復観測でアライメント誤差だけを含む流速データ \mathbf{U}_1^* 、 \mathbf{U}_2^* が得られたとき、これらの平均値と真流速 \mathbf{U} の関係を示しておく。

式(42)から

$$\mathbf{U}_1^* = \mathbf{U} + (\mathbf{Bz} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_1^*$$

$$\mathbf{U}_2^* = \mathbf{U} + (\mathbf{Bz} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_2^*$$

平均して

$$(\mathbf{U}_1^* + \mathbf{U}_2^*) / 2 = \mathbf{U} + (\mathbf{Bz} - \mathbf{E}) (\mathbf{V}_1^* + \mathbf{V}_2^*) / 2$$

平均値が真流速に等しいのは、上式の右辺第2項が零になる、 $\mathbf{Bz}=\mathbf{E}$ または $\mathbf{V}_1^*=-\mathbf{V}_2^*$ のときである。前者は $\delta=0$ ($\mathbf{V}^*=\mathbf{V}$)で元々アライメント誤差が無い場合である。 $\delta \neq 0$ のときは、測定流速を平均しても真流速とはならない。後者は往路・復路で測定した対水船速の大きさが等しく、

向きが全く逆の場合であるが、船が同じ速力で往復したとしても、流れが存在するときは起り得ない。つまり、流れの無い海域を速力一定で往復した場合のみ、 $\mathbf{V}_1^* + \mathbf{V}_2^* = 0$ となる。

5.3 アライメント誤差の補正例

Z軸廻りの回転角 δ とスケール係数Fが求めれば、式(38)から真の流速を推定できる。すなわち流速の補正ができる。ここでは、アライメント誤差の補正で筆者の印象に残る2例を示す(スケール誤差の補正では好例が無い)。

昭和61年(1986)9月5日に初代『昭洋』が行った往復観測時の測定流速と補正流速をFig.10(石井,1993)に示す。測位装置はロランCで、海域は潮岬のほぼ正南である。当時の黒潮本流は紀伊半島に極めて接近して東へ流れており、図の海域は黒潮本流の南側で、補正後の流速は1ノット程度である。Fig.10(a)で、船の進行方向は北東→南西→北東と変わる。南西へ航走した時の流速は、北東航走時よりも明らかに小さく、流向も北側に偏る。Fig.10(b)は、式(43)に準ずる方法[附録7]で見積った $\delta=-3$ 度を用いて補正した結果であり、流速ベクトルは大体揃っている。マイナスの δ 値は、右側にズレていることを示し、測定流速も進行方向の右側に大きく出ている。後年、スケール係数を計算したとこ

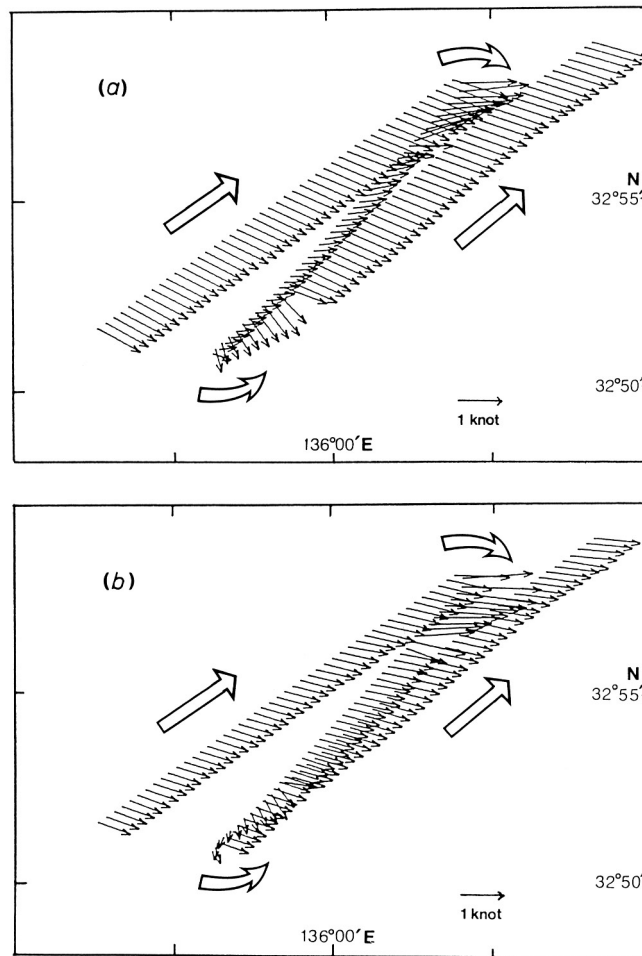


Fig.10 An example of correction for current velocity measured by shipmounted ADCP, (a) non-corrected data, (b) corrected data. The observation was made on 5 September 1986.

る $F=0.998$ であり，結果的にはスケール誤差は無視できた。

なお，Michida and Ishii (2000) はペアデータを使わず，観測海域で“流れの場は一様”との前提で $\delta = -3.1$ 度を得ている。これは， δ を -5 度から $+5$ 度まで 0.1 度ごとに機械的に与え，流速のバラツキ (deviation) が最少となる δ を見つける方法である。この前提が成り立つ所であれば，往復観測をせずとも (ペアデータを作成せずに)，機械的に δ を見積ることができる。図の観測域は狭いため，前提が成立したのであろう。

平成 11 年 (1999) 7 月 9~11 日の四国沖の観測における測定流速を Fig. 11 (a) に示す。黒潮

の流向をはじめ，一見して不自然である。流れの場を一様と考えるには無理があり，10 日と 11 日について経度差が比較的少なく往復観測と見なせる部分 (ほぼ南北航走) を選び，各日のペアデータ (20 組と 10 組) を作成した。ジャイロの速度誤差は考えない。式 (43) から求めた δ は， -8.1 度と -8.6 度となった。9 日と 10 日の観測データには $\delta = -8.1$ 度を，11 日のデータには -8.6 度を与えて流速を補正した。Fig. 11 (b) に，補正後の流速のうちで不自然な値を更に除いた流速を示す。使用したデータセットには対地モードと対水モードの識別項目が無く，対地モードの測定値に式 (43) を適用したために補正後も不自然な値が残ったと思われる。なお Fig. 11 の

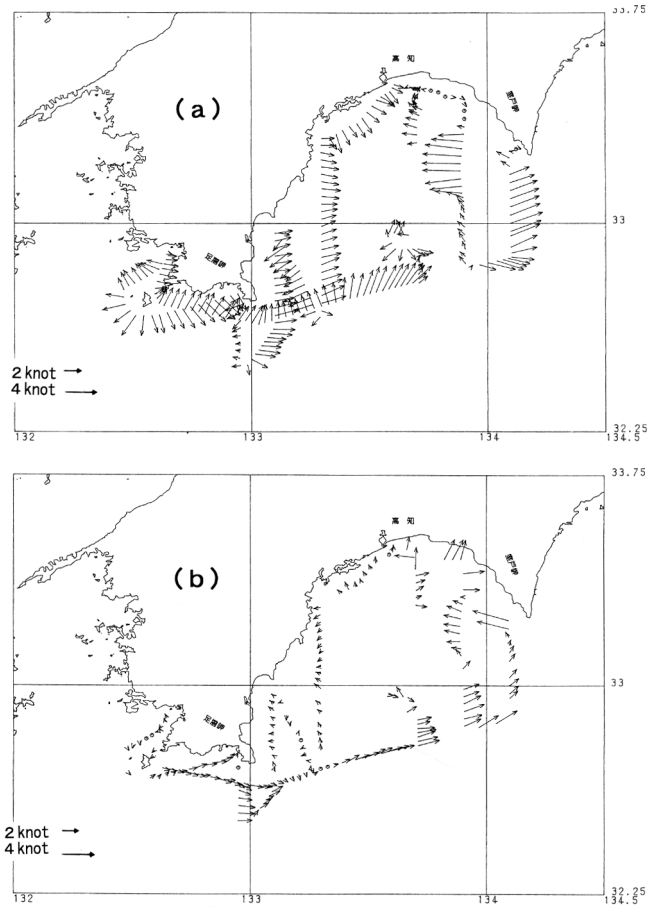


Fig.11 Same as Fig.10, but the observation was made in 9-11 July 1999.

作成は、不自然な流速の削除を含めて、豊嶋茂氏（当時、第五管区海上保安本部水路課長）による。Fig. 11 (b) には依然として疑問の残る矢符もあるが、(a) に比べればかなり妥当な図と言える。これほどの大きな δ 値は筆者も初めてであった。ジャイロの指示方位が正常でなかったか、あるいは正常だったが何らかの原因でログシステムに正しく入力されなかったと推測する。

6 おわりに

船舶搭載の ADCP は、流速誤差に留意する必要があるものの極めて便利な流速計である。最近では、安定した GPS 測位により、高精度の流速データを得ることができる。今後も日本周辺海域における流速データは蓄積され続けるだろうが、ADCP の弱点を理解し、より精度の高い流速の測定が必要である。ただ、幻（見かけ）の海流はさ

ておいても、0.1~0.2 ノットの誤差は避けられないと筆者は思っている。

筆者が整理しきれず、本稿で記述できなかったことがふたつある。ひとつは、3本の音波ビームの個々のズレ（回転）に伴う流速誤差である。本稿ではビームの一律な回転に伴う誤差について述べたが、現実には個々のズレの方が起り易いかも知れない。例えば、船首方向のビームの俯角が数度変化すれば、船首方向の流速が大きくなる（スケール誤差の発生）。これらのことを、機会をとらえてまとめてみたい。

もうひとつは、スケール誤差の原因の解明である。そのために、ADCP が使用され始めた頃（測位はロラン C）の、GEK との比較観測における流速値、特に「流向」についての解析が必要である。GEK は音速値、航法測位精度、ジャイロコンパス精度のいずれにも関係しない。GEK 自体

は既に過去のものだが、ADCPのスケール誤差を検証するうえで、貴重な情報を残しているのではと思う。昭和61年か62年、日本海の北緯41度を航走する『昭洋』の観測電報のデータを『海洋速報』原稿図に記入すると、流速矢符は全て船の進行方向(東)を向いた。原稿図からは削除されたが、下船した観測士の”流れが進行方向に出る”理由を質す言葉は今も忘れない。当時はアライメント誤差に精一杯で、スケール誤差は考えに無かった。

最後に適切なお指摘をいただいた匿名の両査読者に感謝致します。また、行動のたびに往復観測を実施した測量船『海洋』に敬意と感謝を表します。特に、観測長の加藤弘紀氏に提供いただいたデータセットは本稿を整理するうえで大いに役立ちました。航法測地室の藤田雅之氏には数式や記号の表記において、金^{こん}敬洋氏には作図において多大なお協力をいただきました。感謝します。

当庁の巡視船、測量船に搭載されている3ビーム式ADCPによる流速測定の原理と、測定値にしばしば見られる系統的な誤差の原因について解説する。また、系統的誤差の補正方法について述べる。

参考文献

- 石井春雄, 西田英男, 小杉 瑛, 上野義三, 道田豊 (1986), ドップラーログを利用した流速測定, *水路部研究報告*, 21, 135-150.
- 石井春雄 (1993), 新しい流速測定法に基づく黒潮・亜熱帯循環系の流動場の研究, 博士論文, 東北大学, 106 pp.
- 石井春雄, 道田豊 (2006), GPS船速の誤差がADCP流速に及ぼす影響, *海洋情報部研究報告*, 42, 89-100.
- Joyce, T.M. (1989), On in situ “calibration” of shipboard ADCPs, *J. Atmos. Oceanic Tech.*, 6, 169-172.
- 金子新, 伊藤集通 (1994), ADCPの普及と海洋学の発展, *海の研究*, 3, 359-372.
- 気象庁 (1999), 海洋観測指針.

工藤宏之, 寄高博行 (2001), 船舶搭載ADCP測流データの偏り誤差補正について, *水路部技報*, 19, 77-80.

熊谷武, 今西孚士, 木村琢磨 (1997), ADCPによる25時間連続観測の測流結果について, *水路部技報*, 15, 32-35.

道田豊 (1995), ADCPデータから見た黒潮の流速構造, *水路部研究報告*, 31, 45-56.

Michida, Y (1999), Structure of the Kuroshio and the surface Ekman layer by current data analysis of shipborne ADCP, Dr.of Sci.thesis Tokyo Univ..

Michida, Y. and H. Ishii (2000), A practical method of current measurement with three-beam type shipmounted ADCP, *J. Adv. Mar. Tech. Soci.*, 6, No. 1&2, 29-44.

道田豊 (2004), 海洋の計測, *海洋音響の基礎と応用* (海洋音響学会編), 成山堂, 208-217.

西田英男, 菱田昌孝 (1981), 偏流による黒潮観測, 1981年度日本海洋学会秋季大会講演要旨集, p 83.

Pollard, R. and J. Read (1989), A method for calibrating shipmounted acoustic Doppler profilers and the limitations of gyro compasses, *J. Atmos. Oceanic Tech.*, 6, 859-865.

附録1

電磁流速計 (GEK) はファラデーの電磁誘導の法則 (磁場の中を導電体が動くとき起電力が発生する) を応用して, 海洋表層の流向・流速を測定する計器である。Fig.A1に測定の概念図を示す。先端にそれぞれ電極をつけた2本の電線を蔽った1本のケーブル (電^{でんらん}纜) を船尾から曳航する。船体磁場の影響を避けるため電纜の長さは数百メートルである。電纜は船の進行方向に動くとともに, これに直角な方向の海流の分速度 v で流される。このとき, 地球磁場の鉛直分力を H , 電極間の距離を L とすると, 電極間には $v \cdot L \cdot H$ に比例した電位差が生ずる。 H と L は既知であるから, 電位差から分速度 v が求まる。

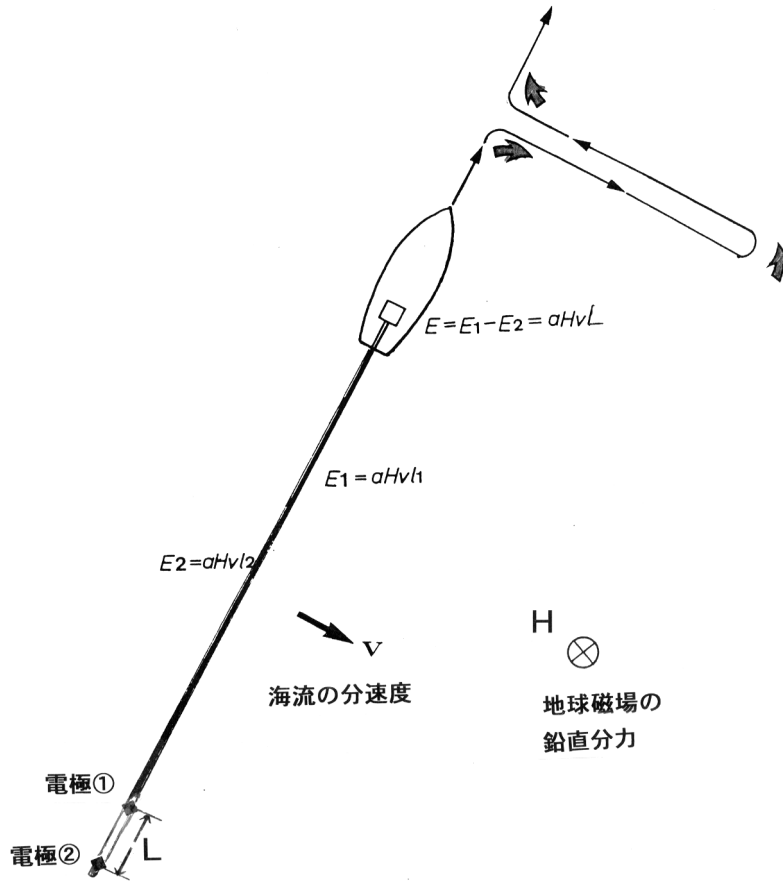


Fig.A 1 Measurement of current velocity by GEK (Geo-magnetic Electro Kinetograph).

この v に直角な分速度を求めるために、船を右(左)に90度回頭する。更に180度回頭、90度回頭して元の針路に戻る。この一連の航走(所要時間は20分程度)で1個の流速データが得られる。GEK観測は荒天時や船舶の輻輳海域では危険を伴うのに加え、このように非効率的である。しかし、測定値の精度がADCPに比べて劣ることは必ずしもなく、1ノット程度の誤差を含む流速を簡単に測定してしまうADCPよりは“安定”している。

なお、電磁ログの原理もGEKと同じで、船底下の海水に対する電極(を取り付けた船体)の速度、すなわち対水船速を測定する。ただし、地球磁場の代わりに人工的に磁場を発生させる。通常の1軸(2極)の電磁ログでは、電極を船首-船尾方向に直角に配置するため(Fig.A1で右90度回頭後のコースにおける”電極の位置関係”)対

応)、船首方向の対水船速成分が測定される。

附録 2

西田・菱田(1981)は、電磁ログを搭載した測量船『昭洋』で「偏流」によって、GEKよりも空間的に高密度な流速分布を得ることを試みた。観測は昭和54年(1979)3月に行われ、測位装置はロランCであった。Fig.A2は、彼らの図を引用、加筆したものである。Fig.(a)で、点AとDはある時刻における船の測位点、点Bは船首方位とログによる航程値から推定される船首方向の移動点、点Cは線分ABに直角な風によって船が横に押し流されるとした移動点であり、少し奇異に見えるかも知れないが、もちろん正しい。Fig.(a)で、海流はベクトルCDで与えられる。1軸式電磁ログでは、対水船速ベクトルの船首方向成分(ベクトルAB)しか求められない。

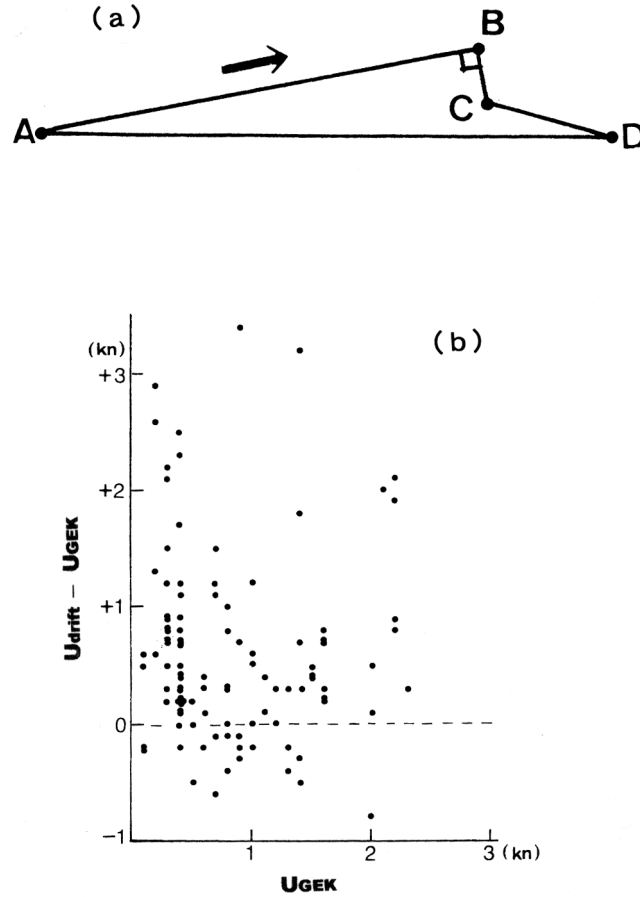


Fig.A2 (a) Current velocity by "ship drift" method using electro-magnetic log.
 (b) Difference of current speed measured by "ship drift" and GEK.

Fig.A2 (b) は、偏流と GEK の「速さ」の差 (縦軸) と GEK 流速 (横軸) の関係を示す。一見してバラツキが大きく、偏流値の誤差が大きいことを示唆している。海流の「速さ」は、偏流の方が大きくなる傾向があり、この傾向は GEK 流速の小さいときに著しい。この相違の理由は幾つかの誤差要因の複合であろうが、筆者はロラン C の測位誤差も無視できない原因であったと推測する。

なお、彼らは「船首もしくは船尾方向より受ける風の効果はログ値に含まれているはずなので考慮しない」としている。本文の 2.2 で、船体を押し流す風の寄与についての記述と同じ内容である。

附録 3

定積分

$$A = \int_0^{\pi/2} \cos(a \cdot \sin t) dt \quad \text{は、}$$

零次 Bessel 関数 J_0 により

$$A = \pi/2 \cdot J_0(a) = \int_0^1 \cos(a \cdot t) / (1-t^2)^{-1/2} dt$$

と与えられる。本文の Table 2 は、 $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7}$ として、上式を $t=0$ から $t=1-\Delta t$ まで数値積分した結果による。

附録 4

平成 8 年 (1996) 5 月 1・2 日に、測量船『海洋』が津軽海峡西口海域において、距離約 5 マイルの南北線上で流速測定を繰り返し、計 25 時間

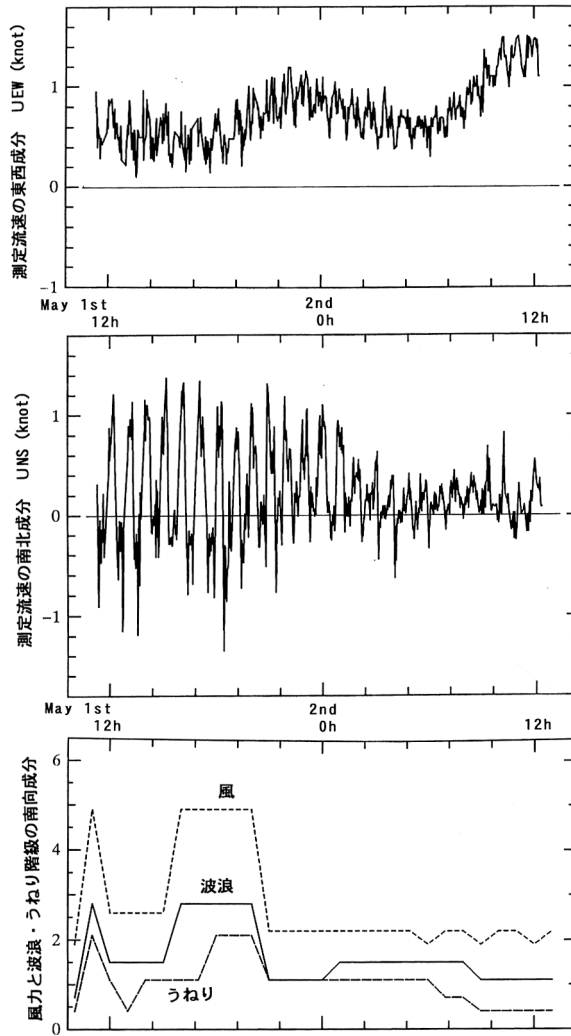


Fig.A 3 Temporal changes of E-W and N-S component (U_{EW} , U_{NS}) of current velocity measured by ADCP at 10 m depth, and southward component of wind force, wave scale and swell scale.

の往復観測を実施した。「対地モード」で測定し、南行を27回、北行を26回、1往復に1時間弱を要した。観測中は、北東～東北東の風が強く（風力4～5）、波浪・うねり共に同方向で階級3～5であった（船が北行する時に向い風、南行時に追い風）。Fig.A 3に10 m層における測定流速の南北成分 (U_{NS}) と東西成分 (U_{EW}) の時系列を示す。また、風力とうねり・波浪階級の南向き成分の変化も示す。測定流速の北行、南行時の各平均値（ノット）は、

$$\text{北行：} U_{NS} = 0.53, U_{EW} = 0.84$$

$$\text{南行：} U_{NS} = -0.07, U_{EW} = 0.69$$

船首方向から風・波を受けているときは船首方向の流速が大きく、船尾から受けているときは小さくなるという、不可解な測定結果を得た。本文の4.3.1で述べる、音波ビームのZ軸廻りのズレ角度 δ を見積もって流速値の補正を試みたが、対地モードであって元々効果は期待できず、実際ほとんど無い。北行時と南行時における測定流速の顕著な差異は、スケール誤差の特徴である。本文の式(40')に示すように対地モードでのスケール係数は航法(GPS)船速と対海底船速の相対的な比であるから、航法船速の大きさに誤差があってもスケール誤差は生じ得るが、北行と

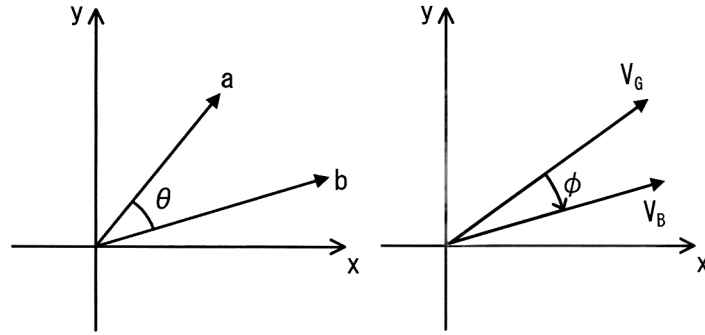


Fig.A 4 Two vectors on an XY plane and the angle between both vectors.

南行のたびに精度を変えるほど GPS も器用ではあるまい。熊谷ら (1997) は、対水船速の鉛直成分 V_z が無視できない場合に船首方向の流速に影響する可能性を述べている。しかし、Y 軸廻りの回転に伴う船首方向流速の変化 (本文の Table 1) は、 $U_x^* - U_x = V_x(1 - \cos\delta y) - V_z \cdot \sin\delta y$ であり、 $\delta y = 10$ 度としても、 $V_z \cdot \sin\delta y$ の項が 1 ノットの流速差 ($U_x^* - U_x$) を生むためには、常に同じ向きの約 6 ノットの鉛直流速 V_z が必要となって、現実的では無い。また、北行時に波・うねりが「向かい」であること、船底下 6~7 m の観測層であることから、船首付近で発生した局所的流れの存在の可能性も否定できないが、原因は不明のままである。

附録 5

「観測指針」では X 軸を東、Y 軸を北にとり、船の速度 (対地船速) を $\mathbf{V}_S = (u_s, v_s)$ 、海水の流速を $\mathbf{V}_W = (u_w, v_w)$ と表す。また、“任意の層”の船に対する観測速度を $\mathbf{V}'_d = (u'_d, v'_d)$ とし、これを正しい座標系における速度 $\mathbf{V}_d = (u_d, v_d)$ に変換するための回転角を ϕ (時計廻りに正)、スケール係数を A と表す。本文の式 (38') を成分ごとに示せば、

$$u_w = u_s + u_d = u_s + A(u'_d \cdot \cos\phi + v'_d \cdot \sin\phi) \dots\dots ①$$

$$v_w = v_s + v_d = v_s + A(-u'_d \cdot \sin\phi + v'_d \cdot \cos\phi) \dots\dots ②$$

対地モードでは“任意の層”を海底とみなせば、 $-\mathbf{V}'_d$ は対地船速に当てはめられる。海底では流速は零 ($u_w = v_w = 0$) だから、

$$u_s^2 = A^2(u'_d \cdot \cos\phi + v'_d \cdot \sin\phi)^2$$

$$v_s^2 = A^2(-u'_d \cdot \sin\phi + v'_d \cdot \cos\phi)^2$$

$$\text{これから、 } u_s^2 + v_s^2 = A^2(u'^2_d + v'^2_d)$$

$$A = \{(u_s^2 + v_s^2) / (u'^2_d + v'^2_d)\}^{1/2}$$

を得る。また、式①を②で除して、

$$u_s/v_s = (u'_d \cdot \cos\phi + v'_d \cdot \sin\phi) / (-u'_d \cdot \sin\phi + v'_d \cdot \cos\phi)$$

$$\text{これから、 } \cos\phi(u_s v'_d - v_s u'_d) = \sin\phi(u_s u'_d + v_s v'_d)$$

$$\tan\phi = (u_s v'_d - v_s u'_d) / (u_s u'_d + v_s v'_d)$$

A と $\tan\phi$ を本稿の表記にすれば、本文の式 (40)、(40') となる。

附録 6

3次元直交座標 X-Y-Z 系で、X-Y 平面上の始点を同じくする 2つのベクトル $\mathbf{a}(a_x, a_y, 0)$ 、 $\mathbf{b}(b_x, b_y, 0)$ を考える (Fig.A 4 左)。2つのベクトルの張る角度を θ とすると、内積 (スカラー積) と外積 (ベクトル積) は、Z 方向の単位ベクトルを \mathbf{k} として

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos\theta = a_x b_x + a_y b_y$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \sin\theta \cdot \mathbf{k} = (0, 0, a_x b_y - a_y b_x)$$

θ の大きさに注目すれば、両式から

$$\tan\theta = (a_x b_y - a_y b_x) / (a_x b_x + a_y b_y)$$

Fig.A 4 (右) のとおり、 \mathbf{a} に $\mathbf{V}_G (V_{GE}, V_{GN})$ を、 \mathbf{b} に $\mathbf{V}_B (V_{BE}, V_{BN})$ をあてはめれば、

$$\tan\phi = (V_{GE} \cdot V_{BN} - V_{GN} \cdot V_{BE}) / (V_{GE} \cdot V_{BE} + V_{GN} \cdot V_{BN})$$

右辺は本文の式 (40) の $\tan\delta$ と同じである。 ϕ を時計廻り (右廻り) に正とすると、 \mathbf{V}_G が \mathbf{V}_B の

右側（左側）にあるとき ϕ は正（負）となる。

附録 7

データは1分ごとに記録され、流速の計算時間は5分である。記録された対地船速 (\mathbf{V}_V とする) が, \mathbf{V}_B か \mathbf{V}_G のいずれかを判断するために、ふたつの計算を試みた。まず、時刻と緯度・経度から1分間隔と5分間隔の船速 \mathbf{V}_{Gal} を計算して \mathbf{V}_V と比較した（回頭時のデータは除く）。個々の時刻では相違も見られるが、平均してみると差は0.02ノットであり、 \mathbf{V}_V が航法船速 \mathbf{V}_G である可能性が高い。次に、基本層船速 \mathbf{V}_0 を用いて、 $\mathbf{U}_{cal} = \mathbf{V}_V - \mathbf{V}_0$ から求めた \mathbf{U}_{cal} と、第1層（7m）の測定流速 \mathbf{U}_1 と比較した。両者の値はかなり異なり、流速 \mathbf{U}_1 は $\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_0$ からの計算と判断した。

附録 8

附録 5 で、本文の式 (38') を成分ごとに示した。

$$u_w = u_s + u_d = u_s + A(u'_d \cdot \cos\phi + v'_d \cdot \sin\phi) \dots\dots ①$$

$$v_w = v_s + v_d = v_s + A(-u'_d \cdot \sin\phi + v'_d \cdot \cos\phi) \dots\dots ②$$

これらの式に、往路（添字1）と復路（添字2）において同位置と見なせる2つの観測点での対地船速を \mathbf{V}_s , 対水船速を \mathbf{V}'_d とし、その差を $d\mathbf{V}_s, d\mathbf{V}'_d$ とすると

$$d\mathbf{V}_s = (du_s, dv_s) = (u_{s1} - u_{s2}, v_{s1} - v_{s2})$$

$$d\mathbf{V}'_d = (du'_d, dv'_d) = (u'_{d1} - u'_{d2}, v'_{d1} - v'_{d2})$$

式①, ②の流速 u_w, v_w は往路・復路で同じとして、連立方程式を解くと

$$A = \{(du_s^2 + dv_s^2) / (du'^2_d + dv'^2_d)\}^{1/2}$$

$$= |d\mathbf{V}_s| / |d\mathbf{V}'_d|$$

本稿の表記方法を使えば、式 (41) となる。

また、連立方程式①, ②から A を消去し、少し煩雑な計算をすれば、式 (45) に示す回転角 ϕ が求まる。

$$\tan\phi = (dv'_d \cdot du_s - du'_d \cdot dv_s) / (du'_d \cdot du_s + dv'_d \cdot dv_s)$$

附録 6 のようにベクトルの内積と外積を用いれば、

$$\tan\phi = (d\mathbf{V}_s \times d\mathbf{V}'_d) / (d\mathbf{V}_s \cdot d\mathbf{V}'_d)$$

ϕ は時計廻りに正なので本文の δ とは $\phi = -\delta$ ($\tan\phi = -\tan\delta$)。本稿の表記では式 (46') となる。

附録 9

本文の式 (43) で、船首方位の差 $\Phi (= \psi_1 - \psi_2)$ が ± 180 度のときは、 $\sin\Phi = 0, \cos\Phi = -1$ から、

$$\sin\delta = \{(Vx_1^* + Vx_2^*)(Uy_1^* + Uy_2^*) - (Vy_1^* + Vy_2^*)(Ux_1^* + Ux_2^*)\} / \{(Vx_1^* + Vx_2^*)^2 + (Vy_1^* + Vy_2^*)^2\}$$

石井(1993)は、本文の式(20), $Vx^* = Vx \cdot \cos\delta + Vy \cdot \sin\delta$ の Vy を無視し、

$$Vx^* = Vx \cdot \cos\delta$$

とおいた。このとき、式 (32) から

$$Ux = Ux^* - Vx(1 - \cos\delta)$$

$$Uy = Uy^* - Vx \cdot \sin\delta$$

これらをペアデータにあてはめると

$$\tan\delta = (bd - ac) / (a^2 + b^2)$$

ただし

$$a = -Vx_1^* + Vx_2^* \cos\Phi ; b = Vx_2^* \sin\Phi$$

$$c = Uy_1^* - Ux_2^* \sin\Phi - Uy_2^* \cos\Phi$$

$$d = Ux_1^* - Ux_2^* \cos\Phi + Uy_2^* \sin\Phi$$

式 (43) の係数との関係は、

$$c = g ; d = h$$

$\Phi = \pm 180$ 度のとき、 $b = 0$ から

$$\tan\delta = -c/a = (Uy_1^* + Uy_2^*) / (Vx_1^* + Vx_2^*)$$

なお、上述の近似を行わず (Vy を無視せず) に解くと、式 (46) に対応する $\tan\delta$ を得る。

$$\tan\delta = (b^*d - a^*c) / (a^{*2} + b^{*2} - a^*d - b^*c)$$

式 (43) の係数を用いると、

$$a^* = e = a - Vy_2^* \sin\Phi$$

$$b^* = f = b - Vy_1^* + Vy_2^* \cos\Phi$$

$$\tan\delta = (fh - eg) / (e^2 + f^2 - eh - fg)$$

附録 10

X軸を東、Y軸を北にとり、速度ベクトル \mathbf{V} (V_E, V_N) の大きさが V , 方向 (360度方位) が θ 度るとき

$$V_E = V \sin\theta ; V_N = V \cos\theta$$

一方、本文のように X 軸が船首方向、Y 軸が左舷方向のときの \mathbf{V} (V_x, V_y) と、 \mathbf{V} (V_E, V_N) の関係は

$$V_E = V_x \cdot \sin\theta - V_y \cdot \cos\theta$$

$$V_N = V_x \cdot \cos\theta + V_y \cdot \sin\theta$$

行列を使って

$$\begin{pmatrix} V_E \\ V_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}$$

または

$$V_x = V_E \cdot \sin\theta + V_N \cdot \cos\theta$$

$$V_y = -V_E \cdot \cos\theta + V_N \cdot \sin\theta$$

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_E \\ V_N \end{pmatrix}$$